МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Тихоокеанский государственный университет»

СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ: ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА

Монография

Хабаровск
Издательство ТОГУ
2018

УДК 37.016:51:004
ББК Ч426.221+Ч426.97
Д243

Рецензенты:
проф. кафедры «Высшая математика»
Дальневосточного государственного университета путей сообщения
докт. физ.-мат. наук *П. В. Виноградова;*
доц. кафедры математических методов и информационных технологий,
Дальневосточного института управления – филиала РАНХ и ГС при Президенте РФ
канд. физ.-мат. наук *В. А. Кузнецов*

Научный редактор
канд. физ.-мат. наук, доц. *И. А. Ледовских*

Авторы:
Е. К. Дворянкина, Н. Е. Пишкова, Н. П. Табачук, А. Е. Поличка,
О. А. Малыхина, Т. А. Тимошенко, И. В. Карпова, М. А. Кислякова, В. А. Казинец

Дворянкина, Е. К.

Д243 Современные проблемы методики обучения математике и информатике: теория и практика : монография / Е. К. Дворянкина [и др.]. – Хабаровск : Изд-во Тихоокеан. гос. ун-та, 2018. – 248 с.

ISBN 978-5-7389-2213-8

Монография включает в себя ряд исследований, в которых определены особенности обучения будущих учителей научно-исследовательской деятельности как одной из основ их профессионализма; описан феномен «клипового мышления» и указаны интернет-риски в развитии информационной компетенции студентов; определено педагогическое обеспечение подготовки кадров информатизации региональной системы образования; указаны методические материалы для изучения темы «Цепные дроби» курса теории чисел студентами направления подготовки «Педагогическое образование»; выделены особенности профессиональной подготовки будущих учителей к изучению некоторых разделов геометрии; выделены особенности активизации самостоятельной деятельности будущих учителей математики в процессе изучения курса «Элементарная математика»; описана интеграция традиционных и инновационных подходов к обучению математическим дисциплинам в социогуманитарном образовании, определены принципы информационной безопасности в гуманитарном образовании.

Издание адресовано студентам, магистрантам, аспирантам, преподавателям вузов и педагогам других образовательных учреждений, ведущим исследования в данной области.

УДК 37.016:51:004
ББК Ч426.221+Ч426.97

ISBN 978-5-7389-2213-8

ВВЕДЕНИЕ

Коллективная монография раскрывает современные проблемы математики и информатики с позиций теории, методики и практики, что является актуальным направлением исследования в виду меняющихся условий организации образовательного процесса.

В настоящее время интерес к математике и информатике как наукам, предметам, дисциплинам, индустрии со стороны специалистов различного профиля неуклонно растет. Это обусловлено причинами общественного характера. Авторы отмечают, что глубокие изменения в научно-техническом развитии современного общества ставят перед каждым его членом задачи непрерывного овладения все новыми и новыми знаниями и умениями в области математики и информатики как основе конкурентоспособности на рынке труда и повышения жизненного уровня.

Рассматривая математику и информатику как науки, предметы, дисциплины и индустрию, авторы выделяют современные проблемы их развития в таких образовательных институтах, как школа и вуз. Они описывают спектр направлений исследования в области математики и информатики.

В результате проведенных исследований определены особенности обучения будущих учителей научно-исследовательской деятельности как одной из основ их профессионализма; описан феномен «клипового мышления» и указаны интернет-риски в развитии информационной компетенции студентов; определено педагогическое обеспечение подготовки кадров информатизации региональной системы образования; указаны методические материалы для изучения темы «Цепные дроби» курса теории чисел студентами направления подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование»; выделены особенности профессиональной подготовки будущих учителей к изучению некоторых разделов геометрии; выделены особенности активизации самостоятельной деятельности будущих учителей математики в процессе изучения курса «Элементарная математика»; описана интеграция традиционных и инновационных подходов к обучению математическим дисциплинам в социогуманитарном образовании.

Теоретическая значимость монографии заключается в возможности расширения научных положений и выводов, связанных с современными проблемами развития математики и информатики.

Практическая значимость заключается в том, что коллективная монография может быть использована бакалаврами и магистрантами, изучающими современные проблемы развития математики и информатики, аспирантами и докторантами психологических и педагогических направлений, преподавателями вузов и педагогами других образовательных учреждений, ведущими исследования в данной области.

ГЛАВА 1
ОБУЧЕНИЕ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ КАК ОДНОЙ ИЗ ОСНОВ ИХ ПРОФЕССИОНАЛИЗМА

Е. К. Дворянкина*, Н. Е. Пишкова**

** Доктор педагогических наук, профессор кафедры математики и информационных технологий.*
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Тихоокеанский государственный университет», г. Хабаровск

***Старший преподаватель кафедры математики и информационных технологий.*
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Тихоокеанский государственный университет», г. Хабаровск

Перед учителем на современном этапе развития образования стоит задача воспитания нового поколения людей, которые должны быть свободными, ответственными, творческими, духовно богатыми, развертывающими свой потенциал сообразно встающим перед ними задачами. Современный учитель должен быть готовым к творческому решению практических вопросов, внедрению в практику школы новейшие достижения педагогической науки.

Педагогическому институту, в связи с этим, необходимо повышать качество подготовки будущих учителей. Большую значимость в решении поставленной проблемы может оказать организация научно-исследовательской деятельности студентов в период обучения их к профессиональной деятельности в высшем педагогическом образовательном учреждении. Приобретая опыт осуществления творческой деятельности на учебных занятиях, будущие учителя смогут экстраполировать его в организацию исследовательского поиска учащихся.

Примем во внимание в контексте рассматриваемой проблемы тот факт, что необходимость творчески развивать и студентов, и учащихся входит в цель любой образовательной системы, обусловливающей поиска путей самостоятельного получения новых знаний. Поэтому к приобретению опыта исследовательской деятельности, как студентов педагогического института, так и учащихся школ, по нашему мнению, следует, активно приобщать в период обучения их в школе и в высшем образовательном учреждении.

Педагогам как субъектам системы преподавания при организации деятельности студентов на лекциях, практических, семинарских занятиях и т.п., необходимо устанавливать целевое взаимодействие систем преподавания и учения, создавая условия для познавательной деятельности студентов на уровне творческого воссоздания материала учебной дисциплины, обеспечивая становление их субъектами творческого саморазвития и приобретения ими опыта исследовательской деятельности.

Чтобы такая методическая работа со студентами для педагога стала возможной, возникает необходимость в предварительном усвоении студентами теоретических вопросов из профессионально-педагогической области знаний: информация о целях и адекватных им технологиях, о репродуктивных и продуктивных методах обучении. А также создавать условия для овладения студентами операционным алгоритмом (алгоритм принятия решения), алгоритмом творческой деятельности и овладения опытом построения алгоритмов, обеспечивающих качественное усвоение информации из предметных областей учебных дисциплин.

Опыт, приобретаемый студентами для организации своей творческой деятельности в системе учения, найдет продолжение в самостоятельной их работе над индивидуальными заданиями, рефератами, курсовыми, выпускными квалификационными работами и т.д., обусловит возможность экстраполяции его в профессионально-педагогическую практику.

Анализ источников позволяет утверждать, что методической литературы по решению проблемы становления опыта исследовательского (творческого) поиска у студентов недостаточно, то авторы настоящей монографии, занимающиеся решением этой проблемы, выражают надежду, что предлагаемые материалы окажут помощь как ученикам и студентам, учителям и педагогам, а также обучающимся в магистратуре и аспирантам.

Данная глава монографии состоит их трех частей.

В первой части раскрываются теоретические основы научно-педагогических исследований студентов: сущность и особенности методология и методика научно-исследовательской деятельности, представлена общая схема научного исследования.

Вторая часть посвящена организации методики обучения студентов исследовательскому поиску и приведены примеры на материале решения задач.

В третьей части описаны краткие рекомендации по организации учебной деятельности учащихся, которая направлена на становление учащихся субъектами развития творческого потенциала. Материал этой части будет интересен как студентам, проходящим педагогическую практику в школе, так и учителям.

Авторы предлагаемой монографии не претендуют на полноту решения обозначенных в ней задач, но будут удовлетворены тем, что теоретическая информация и демонстрация решенных задач явится «отправным материалом» для организации исследовательской деятельности как студентов, так и учеников.

1.1. Научно-педагогические исследования (теоретические основы)

1.1.1. Положение о научно-исследовательской деятельности (НИД) педагогов высших образовательных учреждений и учителей школ

Для организации научного поиска со студентами (педагогами) и учениками (учителями) необходимо изучать, обсуждать и определять появляющиеся тенденции развития соответствующей отрасли (педагогики и методики). Только так станет возможным достаточно надежное прогнозирование, которое позволит лучше видеть будущее, моделировать систему развития, обосновывать технологии достижения целей деятельности.

Как известно, в научном познании сложилось два уровня: фундаментальный и прикладной. Исходя из признания значимости обоих уровней НИД, заметим, что научно-исследовательская деятельность учителей (студентов) отличается от других областей научных изысканий:

* в педагогической работе, основываясь на теоретических концепциях науки, НИД носит прикладной характер;

* исследовательская работа педагога (учителя) должна быть направлена на получение положительного результата в образовании студентов (учеников);

* в связи с тем, что непредвиденный результат должен при моделировании системы обучения учитываться, то необходимо субъектам преподавания моделировать функционирующие и развивающиеся педагогические системы в условиях риска с тенденцией к достижению положительного результата;

* методы, средства, формы НИД в педагогических системах характеризуют ее процессуальную специфику, то есть определяют технологии реализации целей обучения и воспитания молодежи, при этом необходимо органичное согласование их с логикой управления названных целостностей;

Анализ материалов, связанных с областью эффективной подготовки будущих учителей свидетельствует, что одним из направлений в качественной подготовке будущего учителя является научно-обоснованная педагогическая деятельность в условиях школьного образования. Это будет возможным сделать, если правильно (на научной основе) организовывать учебную и научно-исследовательскую работу со студентами. Именно практика научно-исследовательской деятельности студентов в системе обучения и воспитания обусловливает главные условия достижения высокого качества их подготовки как будущих учителей для работы со школьниками.

Термины «научно-исследовательская» и «учебно-исследовательская» деятельность учеными трактуются по-разному. НИД студентов, прежде всего, должна быть ориентирована на овладение ими технологией творчества. То есть, речь идет о такой деятельности студентов, которая обнаруживает самостоятельное творческое исследование по выбранной теме (выполнение индивидуальных заданий, курсовая, выпускная работы и др.), и носит характер учебно-исследовательской работы (УИР).

Указанные два вида НИД студентов должны взаимно дополнять друг друга. Если одна из них позволяет приобщаться к научному поиску, то вторая, с опорой на реальные факты педагогической деятельности, позволяет сформировать качества современного педагога-исследователя.

Некоторые ученые считают, что НИД студентов может осуществляться как непосредственно в системе обучения, так и во внеучебное время, основанной на самостоятельном, заинтересованном выборе, направленном на углубление творческих, профессиональных их качеств, «воспитывающих резерв ученых-исследователей, ученых-педагогов» [1, с. 61]

1.1.2. Методология и методика научного исследования, его сущность и особенности

Многие авторы считают, что научное исследование от творческого замысла до окончательного оформления его результата (индивидуальное задание, реферат, статья и т.д.), является сугубо индивидуальным. Однако не исключены общие методологические подходы в его осуществлении [2, с. 4]. Обозначим, прежде всего, современную позицию на понимание науки в целом.

Наука относится к форме духовной деятельности, которая направлена на создание знаний о природе, обществе и познании с целью установления истины и открытия закономерностей и законов, основанных на фактах и взаимосвязях. С процессуальной точки зрения наука – результат творческой деятельности, направленной на получение информации [3, с. 467]. Отражая мир в его материальности, духовности и развитии, наука образует целостную, развивающуюся систему знаний о его законах (В. В. Ильин). Вместе с тем наука, с учетом разных оснований, допускает классификацию. Например, науки о познании, мышлении – логика, гносеология.

Дадим краткую характеристику особенностей научного познания. Во-первых, основная его задача направлена на выявление сущностных свойств изучаемого предмета и представление их в понятиях, суждениях, умозаключениях и др. Во-вторых, цель и ценность познания – объективная истина, постигаемая рациональными средствами и методами. При этом, как установили ученые, активность субъекта является важнейшим условием и позитивной предпосылкой научного познания. В-третьих, наука ориентирована на воплощение результатов в практику, стать «руководством к действию» по улучшению действительности и управлению функционированием реальных систем.

Необходимость поиска выражается утверждением: «Знать, чтобы предвидеть, предвидеть, чтобы практически действовать не только в настоящем, но и в будущем» [4, с. 474]. С. И. Гессен утверждал, что только наука вносит сознательность туда, где без нее господствует навык и безотчетность «не нами творимой жизни» [5, с. 22]. В-четвертых, для научного познания применяются материальные и духовные средства и методы (этика, логика, математические методы, диалектика, системный подход и др.).

Современная методологии предлагает некоторые уровни критериев научности, такие как системность знаний, их непротиворечивость, строгость и т.д. В середине XIX в. в педагогических исследованиях прогрессивных педагогов сформировалась идея считать познание системой, которая отражена в аргументах в пользу признания единства обучения и воспитания. Среди таких ученых-педагогов можно назвать И. Ф. Гербарта, который предложил рассматривать обучение и нравственное образование в единстве, утверждая, что обучение без нравственного образования есть средство без цели, а нравственное образование без обучения есть цель, лишенная средств. О необходимости рассмотрения обучения и воспитанием как единой системы «в целях всестороннего совершенствования личности гражданина» писал П. Ф. Каптерев. В 70-е гг. XX в. к проблеме рассмотрения образования как системы (целостности) можно предложены В. В. Краевским [6, с. 32] и В. А. Сластениным [7, с. 157] и многими другими. Авторы рассмотрения современных концепций выдвигают идею, что сущность педагогического процесса и условия приобретения им свойств целостности возможно только на основе системного подхода.

Приняв за основу концептуальную позицию системного подхода, в данной монографии авторы предлагают рекомендации по обучению студентов исследовательской деятельности, согласуя их с системным подходом. Авторы монографии согласны с В. В. Краевским, что главное требование к исследованию объекта как системы – это умение охарактеризовать его как систему, четко обозначая состав, структуру и функционирование. Отметим, что образование относится к гуманитарным системам [8, с. 10].

Так как ставится проблема обучать студентов как будущих учителей, готовых осуществлять исследовательскую деятельность в области образования, то раскроем понятие системы и ее характеристик: состав, структура и функционирование.

Система – это множество элементов с отношениями между ними, образующих целостность [9, с. 23], целостное явление, которое упорядочено, то есть объединено общей целью, функционированием и единством управления, и вступающих во взаимодействие со средой [10, с. 16]. Рассматривая определение системы, можно выделить ее характеристики: состав (перечень элементов); структура (инвариант отношений между элементами, под которым в системах понимается цель); функционирование и развитие (взаимодействие элементов ее состава, направленное на достижение осознанных целей посредством технологий).

Элементами системы познания являются субъект (исследователь) и объект (то, что изучается) познания, взаимодействие которых направлено на достижение целей, которые спрогнозировал субъект посредством технологии.

В. А. Сластенин определил педагогическую систему «как множество взаимосвязанных компонентов, объединенных единой образовательной целью развития личности», а «цель, будучи выражением заказа общества, интерпретированного в педагогических терминах, выступает в роли системообразующего фактора...» [11, с. 84], что подтверждает принятую нами позицию, что структурой системы является цель.

Взаимодействие элементов состава педагогической системы – это взаимодействие (общение) педагога и воспитанников, направленное на решение задач образования, на развитие и саморазвитие личности, поэтому «взаимодействие» в данной монографии рассматривается как функционирование и развитие систем, то есть является третьей характеристикой. Функционирование системы познания выражается во взаимодействии субъекта познания с объектом исследования для достижения его (исследования) целей и своего саморазвития.

Рассматривая научное познание (науку) в аспекте содержания, можно в его состав включить: материал, полученный эмпирическим опытом, результат его обобщения в понятиях; основанные проблемы и гипотезы; «вырастающие» из проблем и гипотез законы и теории; методы, нормы, идеалы; стиль мышления и др. Совокупность установок (нормы и идеалы), в единстве определяют «стиль мышления» исследователя.

Заметим, что исследование начинается не с голых фактов, а с теоретических схем (концептуальных каркасов действительности), которые состоят из абстрактных объектов (моделей, систем). Это подтверждает необходимость концептуального подхода (наличие теории) для начала научного поиска, что подтверждает мысль «теория господствует над экспериментом». Поиск осуществляется от первоначального плана и до последних штрихов.

Эмпирическое исследование проводятся в три этапа, включающих ряд процедур. Первый этап подготовительный, на котором разрабатывается программа поиска. Второй этап основной, посвящен эмпирическому исследованию. На завершающем этапе проводится обработка и анализ данных, формулирование выводов и рекомендаций. В связи с перечисленными этапами выделяются две стадии исследовательской работы: 1-я стадия – добывание фактов; 2-я стадия – обработку фактов, то есть это деятельность, связанна с осмыслением и описанием полученных фактов на «языке» науки, то есть в терминах исследуемой области.

В теоретическом исследовании преобладает рациональное, то есть понятия, теории, законы и другие формы, мыслительные операции. Такие знания об объектах направлены на установление их универсальных внутренних связей и закономерностей с помощью абстракций: понятий, суждений, умозаключений, категорий. Задачей теоретического знания является получение истинного знания.

Стремление теоретического мышления направлено на проникновение в сущность явлений и возможно на основе системного (целостного) подхода к объекту, рассматривающего объект в возникновении, развитии и взаимосвязи, поэтому по праву относится к числу общенаучных. Системный подход выступает промежуточной методологией между теоретико-методологическими положениями специальных наук и философией [12, с. 497]. Изучать – значит, вести поиск недостающей информации, при этом необходимо быть научно-объективным. Решение задачи совершается как планируемый процесс творческого подхода. Научное (творческое) решение задачи – это целенаправленная деятельность, результаты которого выступают в виде системы знаний [13, с. 5], с одной стороны, и развития творческого потенциала, духовного богатства и профессионализма исследователя, с другой.

1.2. Методика обучения студентов исследовательской деятельности на основе системного подхода

1.2.1. Вопросы построения методологии учебной деятельности

Методолог А. М. Новиков указывает серьезный недостаток современной системы образования, а именно, «знаниевая его парадигма». В такой парадигме ученик – «копилка», в которой накапливаются ЗУНы (знания, умения и навыки). Учение – это не накопление знаний, учение – *активная деятельность обучающегося, направленная на самоизменение* [14, с. 296].

В настоящее время предложена философом А. П. Валицкой и другими новая парадигма системы образования, которая указывает вектор ее преобразований.

В новой парадигме предлагается новый взгляд и на ученика, и на учителя. Ученик – носитель культурного мира, учитель – субъект творческой педагогической деятельности. Учитель должен на целевой (творческой) основе моделировать образовательные системы, обеспечивающие развитие ученика. То есть система образования должна обеспечивать становление как учеников, так и студентов субъектами саморазвития духовного, интеллектуального потенциала и профессионализма. Сущность современной парадигмы образования отмечает Х. Г. Тхагажоев [15]. Она должна обусловливать преобразование их нравственного и интеллектуального потенциала в фактор развития общества. В монографии представлена позиция, согласованная с научно-педагогическими и методологическими исследованиями в области образовательной системы студентов.

Вряд ли современное общество сможет функционировать и развиваться, если каждый его член будет обладать большой суммой знаний, но окажется не в состоянии находить и решать проблемы, мысля системно. Обществу нужны мыслящие граждане. Согласно современным дидактическим воззрениям, знания рассматриваются как средство развития мышления. В современных условиях рыночной экономики квалификация становится капиталом специалиста. Главным для обучающихся становится принцип приобретения опыта самоорганизации учебной деятельности [16, с. 298]. Понятия: проблема, проблемная задача, технология, творческая деятельность и др. являются категориями дидактики, поэтому они должны занять свое достойное место в учебно-воспитательной работе как учителя, так и педагога высшего образовательного учреждения.

Целью данной монографии явилось предложить такую методику организации взаимодействия со студентами, посредством которой становится возможным создавать условия, при которых студенты овладевают педагогическими технологиями организации исследовательской деятельности и своей, и школьников. В данном контексте предлагаем под технологией понимать алгоритм, методы и средства достижения цели, в которой главным является алгоритм, определяющий другие ее элементы.

Помимо алгоритмов решения задач из предметной области знаний, имеются в виду универсальные способы мыслительной деятельности, к которым мы отнесли операционный алгоритм и алгоритм творческой деятельности. Что касается методов обучения, то наряду с репродуктивным методом необходимо практиковать проблемное изложение, частично-поисковый и исследовательский методы обучения. Формы и средства часто переходят друг в друга, но основным средством будем считать нестандартную задачу из различных областей математики (школьной и вузовской, теоретической и практической).

1.2.2 Основные понятия, связанные с обучением студентов исследовательской деятельности на учебных занятиях

Рассмотрим формирование опыта исследовательской деятельности студентов на учебных занятиях, то есть становление их субъектами такой деятельности при решении задач. Напомним некоторые понятия.

(1) Субъект – это развивающаяся личность человека, способная в любой ситуации прогнозировать цели (содержательно-образовательные, мировоззренческие и профессионально-педагогические), моделировать систему познания и достигать цели, осуществляя организацию деятельности в технологическом режиме, анализировать полученный результат [17].

На аудиторных занятиях происходит целевое взаимодействие систем: обучение, субъектом преподавания в котором является педагог, студенту же предстоит стать субъектом учения, и воспитание (субъект воспитания – многогранен, студенту необходимо проявлять себя субъектом самовоспитания личностных качеств). Приобретение такого опыта взаимодействия систем экстраполируется в целевое взаимодействие студента с объектом предметной области знаний, при этом студент приобретает опыт, который в его сознании становится новообразованием. На учебных занятиях информация студентам дается из предметной области знаний, являющейся системой, обладающей составом, структурой и функционированием. При таком целевом взаимодействии студент развивает свой интеллект (ПМД – познавательная мыслительная деятельность) и нравственное поведение (формирует отношение к себе, учебе, предметной области знаний, к своему саморазвитию).

(2) Развитие интеллекта (умственное развитие) – это одна из целей, обусловливающая саморазвитие творческого потенциала студентов. Будем в качестве средства развития творческого потенциала студентов использовать задачный материал. Практика показывает, что студент (ученик), встречая незнакомую задачу, хотя и нетрудную, не знает с чего начать и отказывается от ее решения. А ведь жить – означает решать задачи! Если человек на своем жизненном пути встречает какую-то преграду (затруднение), то говорят, что он попал в проблемную ситуацию. Для выхода из нее необходимо иметь опыт создания алгоритма.

(3) Задача, классификация задач и их решение. Что такое задача? Термин «задача» будем употреблять в широком смысле. Задачи делятся на простые и сложные. Простые задачи – те, для которых легко найти решение, сложные – те, способы решения для которых субъекту не известны. Для таких задач требуется поисковая деятельность в ограниченном комплексе условий задачи.

Для поиска алгоритма решения задач используют понятие классификации или деления их на типы, которые, как правило, связаны с некоторым методом. Выбранное основание для классификации задач позволяет разбить их на типовые, предопределяющие алгоритм решения. Для дальнейшего распознавания задач назовем некоторые их типы: на построение (построение фигуры), доказательство (установление истины или лжи), на нахождение объекта (отождествление объекта с другими) или нахождение способа решения и др. Решение задачи для субъекта означает выход из создавшейся ситуацию (проблемной ситуации, достижение цели). Решение задачи аналогично искусству, которое подобно искусству плавания, катанию на лодке, игре на музыкальных инструментах и т.п. Научиться этому можно следуя хорошим образцам (алгоритмам) и постоянной практике.

Заметим, что решение одной задачи может стать образцом для решения другой. В этом случает, алгоритм одной задачи становится приемом решения однотипных задач. Такая мыслительная работа человека ведет к стремлению овладеть универсальными методами, позволяющими решать любую задачу (или задачи одного типа). Над такими методами бились многие математики: Декарт, Лейбниц и др. Это оказалось невозможным, но весьма полезным. Исследования привели к эвристическим методам (эвристика – как делать открытие), цель которых (теоретическая) – изучение эвристик с практической целью, состоящей в повышении качественной подготовки учителей школы.

Учителю необходимо научить учащихся быть готовыми решать задачи стандартные и нестандартные, то есть научиться рассуждать, творчески мыслить, не забывая о здравом смысле, оригинальном подходе. При этом важны методические рекомендации решения задач. Назовем некоторые из них: 1) выяснение понятий: задача, учебная задача, задача как система и др.; 2) научная организация учебной деятельности, основанная на потребности самих учеников и студентов осуществлять творческое преобразование учебного материала с целью овладения новыми знаниями; 3) помнить, что задача и ее решение являются средством становления обучающихся субъектами саморазвития.

Учебная задача – элемент предметной области учебной дисциплины наряду с понятиями, теоремами, алгоритмами и является системой, поэтому читая задачу, субъект учения выделяет в ней: 1) состав, каковым является условие – предметная область теории вопроса: объекты известные и неизвестные, постоянные и переменные и отношения между ними, вводит обозначения (говорят, переводит на язык математики); структуру – требование (вопрос) и мысленно устанавливает тип задачи, нахождение оператора решения задачи, то есть ее функционирование. Заметим, что функционирование задачи обусловлено становлением ее объектом системы учения, а студент ведет себя как субъект, проявляющий интерес к ее решению (проявляет положительную мотивацию) [18–26].

Распознавание задачи и ее типа как системы, решение задачи возможно с применением операционного алгоритма, одного из универсальных способов ПМД (познавательная мыслительная деятельность).

(4) Операционный алгоритм (алгоритм управленческого решения).

Алгоритм управленческого решения можно рассматривать интерпретацией технологии управления ПМД человека, его по праву можно считать универсальным способом управления мыслительной деятельностью, его операции: А (анализ) → Д (диагноз) → Реш (решение) → Рез (результат).

Осуществляя первую операцию, субъект мысленно осмысливает и актуализирует теорию, необходимую для решения задания, то есть распознает задачу, определяет условие, требование и цель задачи (вопрос) и наличие известного алгоритма решения по достижению. Субъект определяет для себя: задание выполняется репродуктивным мышлением (1-й и 2-й уровень усвоения, далее уу) при условии, что материала для реализации цели достаточно; если его недостаточно, то субъект учения либо осуществляет поиск недостающего материала (2-й уу), либо идет на поиск алгоритма творческого решения задачи (3-й уу). Остальные операции указанного алгоритма согласуются с операциями моделирования систем. Диагноз – постановка дидактической (тактической) цели (уровни усвоения – 1-й, 2-й, 3-й). Решение – получение необходимого результата посредством алгоритма. Результат – рефлексия результата, полученного в результате предыдущей операции. В случае, когда для поучения ответа на вопрос задачи из предметной области знаний алгоритм отсутствует, создается проблемная ситуация, обусловливающая постановку цели творческого воссоздания информации в проблемной ситуации (3-го уу), которая способствует развитию творческого потенциала, что с необходимостью требует использования алгоритма творческой деятельности как одного из универсальных способов ПМД. Алгоритм управленческого решения позволяет приобрести студентами опыт субъекта учения. Так как студент усваивает материал из предметной области знаний на 1-м уу и 2-м уу (рабочие цели занятия), то его мышление репродуктивного характера. Приведем пример усвоения студентами операционного алгоритма на 2-м уу. Положительный результат в познавательной деятельности при решении задачи может быть достигнут посредством постановки целей и адекватных им технологий.

Пример 1. При изучении учебной дисциплины «Алгебра, часть 3» студентам предложена задача: «Установить, является ли группой множество квадратных невырожденных матриц».

Для решения задачи студенты применили операционный алгоритм, начиная с анализа (А).

А: Читая задачу, студенты распознают теорию, на «языке» которой сформулирована задача (такой теорией является теория групп), осмысливают содержание и преобразовывают его на «язык» математики, используя соответствующие символы, то есть вводят обозначения в соответствии с условием задачи: 1) Заданное множество матриц обозначается: $M_{пхп}(R)$ = {A, где A – квадратная матрица, невырожденность матрицы фиксируется его математическим условием (определитель матрицы не равен 0), то есть $|A| \neq 0$ матрицы}. 2) Студентами распознается необходимая теория и тип задания. Задание относится к теории групп, а именно, к определению принадлежности заданного множества к алгебре групп. Тип задачи – отождествление объекта с другим объектом. В задаче требуется проверить, является ли это множество группой. Алгоритм проверки возможно создать, используя определение группы. Так как путь решения намечен, можно переходить ко второй операции – диагнозу (Д).

Д: Так как требуется проверить, что $M_{пхп}(R) = \{A\}$, $|A| \neq 0$ – группа, то необходимо создать алгоритм решения задачи, который пока отсутствует. Для его создания необходимо обратиться к определению группы. Такая деятельность может требовать 2-го или 3-го уу ПМД. В данной ситуации построение алгоритма решения задачи требует 2-го уу (репродуктивного).

Обращаясь к набору существенных признаков определения группы, алгоритм решения данной задачи и других подобного типа был создан. Его операции:

1) осуществить проверку, что множество $M_{пхп}(R) = \{A\}$ не пустое, обозначение непустого множества Ø;

2) исходя из условия задачи, указать операцию (сложение или умножение) на указанном множестве матриц {A} и проверить ее алгебраичность;

3) проверить ассоциативность операции;

4) установить наличие во множестве {A} нейтрального элемента относительно предложенной операции (нулевая или единичная матрица);

5) установить, что каждая невырожденная квадратная матрица обладает обратным элементом (при наличии умножения) или противоположным (при наличии сложения);

6) сделать вывод: а) если все пункты 1–5 выполнены, то заданное множество – группа; если хотя бы один пункт нарушен, то множество группой не является; б) построенный алгоритм можно применять для всех задач такого типа; в) более того, речь идет об универсальности приема построения алгоритма решения всех задач на установление того или иного объекта, используя его определение;

7) наличие алгоритма решения задачи позволяет утверждать, что от субъекта учения требуется репродуктивная деятельность как для построения алгоритма, так и для его применения Поэтому цель – 2-й уу, метод репродуктивный (выполнение задания по образцу). Построив алгоритм решения задачи и, определив цель (2-й уу), можно приступать к выполнению третьей операции – решение.

Реш:

1) Так как таких матриц можно предложить бесконечно много, то $M_{nxn}(R) \neq \emptyset$.

2) Так как в задаче рассматриваются невырожденные матрицы, то операцией может быть только умножение. При умножении двух квадратных матриц получается квадратная матрица (из теории матриц), обозначим ее через C = AB. Проверим алгебраичность операции: а) результат есть – C – квадратная матрица размерности *nxn*, б) эта матрица однозначно определена (из теории матриц); в) проверим третье условие алгебраичности операции, то есть принадлежность полученной матрицы к заданному множеству. Так как по известной теореме из теории определителей: $|AB| = |A|\,|B| = |C|$ и $|A| \neq 0$), $|B| \neq 0$, то $|C| \neq 0$, что означает, что матрица C невырожденная. Так как необходимые признаки алгебраичности операции выполнены, то операция умножения на заданном множестве является алгебраической.

3) Из теории матриц известно, что умножение матриц обладает ассоциативностью, поэтому условие (3) выполнено.

4) Рассмотрим E – единичную матрицу, она квадратная, ее определитель равен $1 \neq 0$, и AE = EA = A, то E – нейтральный элемент относительно операции умножения в рассматриваемом множестве матриц.

5) Проверим, что для квадратной матрицы A, у которой $A| \neq 0$, существует обратная матрица и она содержится в рассматриваемом множестве матриц. Из теории матриц известно, что любая матрица с указанными свойствами обладает обратной A^{-1}. Так как $|A^{-1}| \neq 0$, то эта матрица принадлежит заданному множеству.

6) Вывод: а) пункты 1–5 выполнены, следовательно, $M_{nxn}(R) = \{A\}$, $|A| \neq 0$ – группа.

Рез: Задача решена. Наличие алгоритма, адекватного цели, позволяет утверждать гарантированность правильного решения. Прием построения алгоритма для проверки объекта можно применять для всех задач такого типа; поэтому речь идет об его универсальности.

(5) Алгоритм творческой деятельности. Возможность увидеть в учебной деятельности наличие проблемной ситуации помогает алгоритм принятия решений. Выход из проблемной ситуации требует владение алгоритмом творческого поиска и использование его.

Поэтому раскроем понятия проблемной ситуации (ПС) и алгоритма творческой деятельности (АТД).

(5.1) Под ПС понимается человеком как осознанное им затруднение, способ устранения которого он желает найти. Каждая задача определяет свою ситуацию, имеющую предметную область знаний, а выход из нее требует особого интеллектуального или духовного подхода, то есть своего способа деятельности. Вышесказанное перед учителями школ и педагогами высших образовательных учреждений ставит задачу создания условия для формирования у обучающихся опыта творческой деятельности, требующей готовность осознавать и решать задачи, требующие творческого воссоздания знаний учением (цель – 3-й уу).

Очевидно, что для решения творческих задач необходим «запас» информации из предметной области знаний, усвоенной на 1-м и 2-м уровнях усвоения. Но этого недостаточно для решения нестандартных задач. Необходима готовность человека к развитию мышления, а для исследования владение алгоритмом творческой деятельности (АТД).

(5.2) Перечислим операции АТД (продуктивной, то есть исследовательской): *Наблюдение* (выявление противоречия) в ситуации → Формулирование проблемы → Трансформация проблемы в проблемную задачу → Разработка рабочей гипотезы → Создание программы исследования гипотезы → Пошаговая проверка гипотезы, то есть пошаговое выполнение программы, которое сопровождается протоколированием всех шагов исследования, осуществление научных выводов → Анализ результата, где следует сделать заключение, является ли выдвинутая гипотеза научным предложением или ее следует отвергнуть.

Под *наблюдением* понимается активная мыслительная деятельность, которая согласуется с операцией анализа операционного алгоритма.

Противоречие в ситуации осознается субъектом как несоответствие должного и сущего, или между целью и результатом ее достижения. Противоречие фиксируется как недостаток средств достижения цели.

Проблема (от греческого problema, что переводится как вопрос или задача). Проблема может быть решена только собственной творческой деятельностью.

Проблемная задача – трансформированная проблема в терминах решения предстоящей задачи.

Гипотеза – научное предположение в форме утверждения, требующего доказательства или проверки; форма существования науки. Гипотеза формулируется в виде сложноподчиненного предложения с придаточным условием: «Если..., то...» или «Чем..., тем...».

Опыт творческой деятельности студентов формируется за счет усвоение операций АТД, если для этого создаются соответствующие условия. Постепенное формирование опыта творческой деятельности возможно, если на учебных занятиях создавать ПС. Однако, по мнению И.Я. Лернера, только немногие обучающиеся (как ученики, так и студенты) могут видеть ПС, поэтому их необходимо искусственно создавать и предлагать выход из них посредством АТД. Приобретенный студентами опыт творческого поиска на учебных занятиях может быть экстраполирован в любую сферу жизнедеятельности, в частности, профессионально-педагогическую. Остальные операции рассмотрим на примерах.

Пример 2. Студентам предложено задание, установить: «Имеет ли смысл выражение $(Hg)^{-1}$». Перед студентами поставлена проблемная ситуация. Цель этой задачи состоит в поиске неизвестного объекта, который удовлетворял бы условию задачи и связывал бы его с данными задачи.

А: Анализируя условия задачи, студенты распознают, что задача на поиск объекта, отвечающего введенному обозначению.

Студентам предстоит смоделировать свою ПМД: поставить цель и подобрать алгоритм для ее достижения, то есть указать условия существования этого объекта, либо установить, что за заданным символом нет реального объекта.

Используя операционный алгоритм, студенты определили, что речь идет о теории групп и о существовании обратного элемента для смежного класса Hg. А так как способа для ответа нет, то следует идти на поиск, то есть, требуется достичь цели, состоящей в поиске способа проверки существования или отсутствия искомого объекта для указанного символа. Вводятся обозначения: группы G, ее подгруппа H, задано отношение «сравнение по модулю», обозначен смежный класс Hg.

Д: Целью является 3-й уу, для его достижения необходимо использовать алгоритм творческой деятельности.

Реш: (поиск протоколируется, что позволяет составить и алгоритм, и план решения проблемы, то есть проверки гипотезы).

Проблема: отсутствие способа установления объекта.

Проблемная задача: найти способ решения задачи, используя определение обратного элемента, то есть способа нахождения обратного класса для Hg, где H – подгруппа группы G.

Гипотеза: Предложено несколько гипотез, выбрали одну из них (один из вариантов нахождения объекта): «Предположим, что $(Hg)^{-1}$ существует для Hg , обозначим этот объект X».

Для проверки гипотезы был составлен план:

1. Если X смежный класс, то его можно обозначить X = Hx, где x – неизвестный образующий элемент, принадлежащий группе G.

2. Используя определение обратного элемента, запишем $Hx\cdot Hg = Hg\cdot Hx = H$. Заметим, что операция «·»над смежным классами возможна, если H – нормальная подгруппа группы G.

3. Пусть H – нормальная подгруппа. Тогда $Hx\cdot Hg = Hxg = Hgx$.

Это означает, что элементы (xg) и (gx) сравнимы по (mod H), то есть $(xg)(gx)^{-1}$содержится в H.

4. Так как x и g принадлежат группе G, то они обладают обратными элементами: получаем $(xg)(xg)^{-1} = x(gg^{-1})x^{-1} = xex^{-1}= xx^{-1} = 1$, где e – единичный элемент группы, а x – любой ее элемент.

5. Учитывая полученный результат в 4, имеем $Hx \cdot Hx^{-1} = He = H$. Те есть классы Hx и Hx^{-1} взаимно обратные. Или $Hx^{-1} = (Hx)^{-1}$.

6 Таким образом, если H – нормальная подгруппа группы G и $Hg = gH$, то: 1) $(Hg)^{-1}$ – это смежный класс, 2) $(Hg)^{-1}$ – обратный для Hg, 3) Для любого смежного класса $(Hg)^{-1} = Hg^{-1}$.

7. Способ установления смысла указанного в задаче объекта установлен, им является смежный класс, обратный для данного, находится он $(Hg)^{-1} = Hg^{-1}$.

Рез: Используя логику применения операций алгоритма творческой деятельности, удалось построить алгоритм поиска объекта, установить его существование и нахождение. Более того, найден один из приемов поиска объекта: предположить его существование и воспользоваться набором существенных его признаков. Проверку построенного плана можно сделать, применяя полученную теорию в практику. Рассмотрим еще один пример.

Задача может не иметь решения, решение может быть единственным и не единственным, Обратим внимание на составление плана как метода решения задачи.

Рассмотрим один из общих способ решения некоторого типа задач, который можно считать одним из универсальных способов мыслительной деятельности, связанным с предметной областью знаний. Пусть требуется решить задачу, в которой сформулирована цель А (требование или вопрос), удовлетворить которую сразу не удается, требуется поиск подходящих действий (алгоритм). Цель может быть связана как с теорией, так и с практикой. Если это математика, то это может быть   поиск какого-нибудь математического объекта (число, фигура, корень уравнения и т.д.). Главное, цель мы хотим достичь. Любая цель требует для ее реализации средств – это свойства ума, мысль работает на поиск действий, необходимых для осуществления желаний при наличии средств. Возможно ответ есть, тогда вспоминаем, что В порождает нечто подобное цели А, то есть мысль – могли бы получить А, имея В; далее мысль о С, с помощью которого можно получить В и т.д. Так можно дойти до начала:

$A \to B \to C \to \ldots \to E$ (возможно искомое).

В цепочке рассуждений много «если». Имеем n шагов и $n + 1$ объект. Это называют составлением плана. Теперь попытка реализовать план, начиная с Е (последнее в цепочке, принимаем за начало). Заметим, что план и реализация идут в противоположном направлении. Цель А – начала плана (цель, неизвестное, заключение), а Е – (заданные объекты, данное условие, то, что имеем в задаче). Если в плане направление от А к Е, то в реализации его идем в обратном направлении от Е к А. То есть о цели думаем в самом начале, а получаем в конце. Такой способ поиска предложен Гоббсом. Метод носит название «метод продвижения от конца к началу» (составление плана в обратном направлении). Сделаем иллюстрацию применения указанного способа на примере решения задачи.

Пример 3. Установить, равны ли числа $\sqrt{3}+\sqrt{11}$ и $\sqrt{5}+\sqrt{8}$? Если нет, то, какое из них больше.

Для установления ответа требуется программа. Обозначим данные числа A и B соответственно. Два числа вступают в одно из отношений:

«A = B», «A > B», «A < B».

Будем рассуждать так: Пусть задача решена. Для установления, какое из отношений имеет место, обозначим A ? B (? – означает одно из указанных отношений). То есть выберем одно из трех отношений и будем считать его истинным. Пусть A = $\sqrt{3}+\sqrt{11}$? $\sqrt{5}+\sqrt{8}$ = B. Возведем в квадрат обе части, при этом истинность отношения не изменится, получим $A^2 = 3 + 2\sqrt{33} + 11$? $5 + 2\sqrt{40} + 8 = B^2$. Заметим, что удалось сократить число корней, далее сделаем преобразование: $A^2 = 1 + 2\sqrt{33}$? $2\sqrt{40} = B^2$. Возведем еще раз в квадрат: $1 + 4\sqrt{33} + 132$? 160 или $4\sqrt{33}$? 27. Возведем еще раз в квадрат, получим 528 ? 729. Так как все преобразования осуществлялись так, что отношение не изменялось, и получили неравенство

528 ? 729, то можно утверждать. что A < B, следовательно, первое из данных чисел меньше второго. Задача решена, ответ получен. Причем ответ получен обоснованно.

Обратим внимание студентов на то, что решение любой задачи следует начинать с анализа, позволяющего осмыслить объект поиска, и понять, какая имеет место связь между известным объектом и данными, что поможет осуществить поиск способа решения задачи.

Пример 4. Построить треугольник по трем отрезкам. Анализ задачи показывает, что объектом является треугольник. В условии задачи данными являются три отрезка, которые должны стать сторонами искомого треугольника. Заметим, что в задаче может ставиться вопрос о поиске некоторого объекта, и данные в условии могут совпадать, но связь разная – и это отражается в условии. (Предлагаем студентам самостоятельно составить варианты таких задач). Рассмотрим один вариант, который отличает задачу от примера 4. где отрезки должны стать сторонами треугольника.

Пример 5. Построить треугольник по трем отрезкам, если отрезки являются высотами треугольника. Здесь объект совпадает с объектом в примере 4, данные тоже совпадают, но связь разная, что отражено в условии.

Условие – существенный элемент задачи состоит в том, что отрезки являются высотами треугольника. (Предлагаем студентам решить задачи 4 и 5 самостоятельно, используя операционный алгоритм).

Для решения многих задач используется прием: рассматривается несколько частных задач до тех пор, пока будет замечена закономерность. Далее приступить к доказательству общего случая.

Пример 6. Найти сумму квадратов *n* первых натуральных чисел.

А: Речь идет о сумме квадратов n натуральных чисел. Введем обозначение: $1 + 4 + 9 + \ldots + n^2 = S$. Необходимо вывести формулу нахождения S. Речь идет о проблемной ситуации, ибо отсутствует формула (способ) нахождения такой суммы при произвольном числе n.

Д: Задача проблемная, требует ПМД – 3-го уу (поисковая деятельность).

Реш: Воспользуемся алгоритмом творческой деятельности и пойдем на поиск алгоритма вывода такой формулы.

Проблема: Отсутствие способа (правила) нахождения суммы. *Проблемная задача*: Вывести правило нахождения суммы.

Гипотеза. Если правило или формула нахождения суммы будет найдена, то задача будет решена. Поиск формулы будем фиксировать пошагово.

1. Рассмотрим $(n + 1)^3$ и раскроем куб, получим: $(n + 1)^3 = n^3 + 3n^2 + 3n + 1 \rightarrow$ получена формула: $(n + 1)^3 - n^3 = 3n^2 + 3n + 1$.

2. Эта формула справедлива для любого n. Запишем ее для 1, 2, 3,.. , n.

а) $n = 1$; $2^3 - 1^3 = 3\cdot 1^2 + 3\cdot 1 + 1$,

б) $n = 2$: $3^3 - 2^3 = 3\cdot 2^2 + 3\cdot 2 + 1$,

в) $n = 3$: $4^3 - 3^3 = 3\cdot 3^2 + 3\cdot 3 + 1$.

…………………….. ………..,

г) n: $(n + 1)^3 - n^3 = 3n^2 + 3n + 1$.

3. Если сложить равенства, то в правой части выделится искомая сумма S:

– левая часть будет $2^3 + 3^3 + \ldots + (n + 1)^3 - (1^3 + 2^3 + \ldots + n^3)$,

– правая часть $3(1^2 + 2^2 + \ldots + n^2) + 3\,(1 + 2 + 3 + .. + n) + n = 3S +$
$+ 3n(n + 1\,)/2 + n$, где S – искомая сумма, а сумма первых n натуральных чисел равна $n(n + 1)/2$.

д) $(n + 1)^3 - 1 = 3S + 3n(n + 1)/2 + n \rightarrow$ Можно получить $S = (2n^3 + 3n^2 + n)/6$.

Рез: Найдена формула для нахождения искомой суммы. Гипотеза справедлива. Формулой можно пользоваться всякий раз, когда требуется решать подобные задачи.

Так как речь идет об обучении студентов, то есть об организации целевого взаимодействия преподавания и учения и как осуществлять такую организацию, то остановится на некоторых замечаниях.

1.2.3. Несколько замечаний о преподавании и учении, об обучении преподаванию

Нет сомнения в том, что учение и преподавание связаны. В принятой концепции, эти связь означает, что они компоненты одной системы – системы обучения, которая обладает своими характеристиками. Одной из них является цель. Сошлемся на мнения Д. Пойа, утверждающего, что невозможно оценить действия учителя, если не знаем какова его цель в системе обучения. Не обсуждая общую теорию целеполагания (частично она была раскрыта ранее), согласимся с мыслью, что самое главное – научить молодежь думать.

Подчеркнем два момента. Во-первых, в монографии обращено внимание на то, что главное при изучении математики как предметной области знаний, состоит в оказании помощи студентам научиться решать задачи, научиться приобретать опыт «целенаправленного раздумья» (Уильям Джемс), или «продуктивного размышления» (Макс Верхеймер).

Во-вторых, изучение математики не должно сводиться к усвоению информации, а должно помочь студентам искусству доказывать, проверять, не забывая об искусстве догадываться. Преподавание, по мнению многих ученых, является не только наукой, но и сродни многим жанрам искусства. Однако многие ученые и опытные педагоги считают, что преподавание это ремесло, требующее различных приемов и хитростей. Изучая огромный теоретический и практический опыт, можно сформулировать ряд принципов научения, которые можно считать и принципами обучения: активное изучение, наилучшее стимулирование, последовательность фаз и др.

1. *Принцип активное изучение*. Нельзя ограничиваться при обучении только восприятием и воспроизведением, эти мыслительные операции и другие должны сопровождаться активной деятельностью собственного интеллекта. Лучший способ изучать что-либо, это сделать открытие самому.

Изучение будет наиболее эффективным, если обучающийся самостоятельно откроет наибольшую часть изучаемого материала, в этом и состоит принцип активного изучения.

2. *Принцип наилучшего стимулирования*. Рассмотрена необходимость соблюдения принципа активного изучения материала, но обучающийся не будет соблюдать этот принцип при отсутствии стимула, то есть ему необходим стимул к умственной деятельности.

Хорошим стимулом к учению является интерес, являющийся и наградой, и наслаждением. Стимулировать можно учащихся к изучению материала не только за счет проявления интереса к материалу, но и к самой деятельности.

3. *Последовательность фаз изучения*. Обратим внимание на то, как происходит познание, оно проходит стадии от восприятия – понимание – заучивания – воспроизведение (1-й уу), до применения полученного знания (2-й уу), а от него к созданию нового, к творчеству (3-й уу). Будем считать исследование, формализацию и усвоение фазами любой работы

Фаза исследования близка к восприятию и действию. Она происходит на эвристическом или интуитивном уровне.

Вторая фаза предполагает создание терминологии, то есть создание определений и проведение доказательства и поднимается до уровня понятия.

Фаза усвоения отвечает попытке постичь «внутреннюю суть» проблемы. На этой фазе полученные знания переходят во внутренний потенциал субъекта учения и встраиваются в систему сложившихся у него знаний, расширяя умственный кругозор, она прокладывает дорогу к приложениям и к обобщению.

В монографии затронут вопрос о догадке, прежде всего, хочется ответить на вопрос, это метод или ее считать методом нельзя? Мы выше утверждали, что изучение математики должно дать дорогу самостоятельности, творческому поиску, которому помогает догадка.

Пример 7. По данному параметру P равнобедренного прямоугольного треугольника вычислить его площадь S. Именно такие задачи обычно встречаются в стандартных учебниках. (В книге Д. Пойа мы находим другую подачу этой задачи). «В то легендарное время освоения прерий, – говорит учитель, – когда земли было сколько угодно, а всего остального хватало, каждый житель Среднего Запада имел много сотен акров пастбищ, но только сто ярдов проволоки. Он намеревался пустить в дело всю свою проволоку, чтобы отгородить участок земли. Раздумывая над различными формами участков, он удивился тому, какую малую площадь он в состоянии огородить». Какую форму участка вы бы предложили? Но не забудьте, что вам придется вычислять его площадь, так что лучше выбрать какую-нибудь простую фигуру.

Ученики предложили ряд фигур: квадрат, прямоугольник со сторонами 30 и 20 ярдов, равносторонний треугольник, равнобедренный прямоугольный треугольник, круг.

Учитель добавляет все фигуры: прямоугольник со сторонами 20 и 30 ярдов, равнобедренный треугольник со сторонами 42, 29 и 29, равнобедренную трапецию со сторонами 42, 13, 32, 13, правильный шестиугольник, полукруг. Все эти фигуры имеют одинаковый периметр. Расположите фигуры в порядке убывания площадей. Можно использовать догадку и предложить результат. Результаты зафиксированы. Далее проводится обсуждение предложенных вариантов. В результате обсуждения получены выводы: «Среди всех плоских фигур с одинаковым периметром наибольшую площадь имеет круг». «Среди всех четырехугольников с одинаковым периметром набольшую площадь имеет квадрат». «Среди всех треугольников с одинаковыми периметрами наибольшую площадь имеет равносторонний треугольник». «Среди всех многоугольников с данным числом *n* и данным периметром наибольшая площадь у правильного многоугольника». Таким образом, привлечение догадки стало стимулом для выполнения задания и усвоения нового материала.

1.2.4. Обучение студентов исследовательской деятельности средствами решения задач

Покажем использование операционного алгоритма и алгоритма творческой деятельности для решения задач, считая эти алгоритмы универсальными способами умственной деятельности.

Приведем пример задачи для студентов – будущих учителей. В качестве примера возьмем кольцо целых чисел и отношение делимости в нем.

По способу решения задач можно выделить несколько основных способов решения задач в теории делимости:

I (Вид задач): Требуется доказать, что выражение А делится на число *в*. Если число невелико, то можно проверить непосредственно.

II (Вид задач): Решаются с использованием метода математической индукции.

III (Вид задач): Нахождение числа по его делителям и остаткам. Такие задачи решаются с помощью теоремы о делении с остатком.

IV (Вид задач): Применение к нахождению НОД и НОК.

V (Вид задач): Нахождение остатка от деления числа *а* на *в,* которые решаются с использованием теории сравнений, то есть записывают сравнение $a \equiv x \pmod{в}$, и если $a > в$, заменяют *а* остатком.

Замечание.

Если учитель хочет научить детей творческой деятельности, используя теорию делимости, то:

1. Необходимо обеспечить усвоение учащимися алгоритма исследовательской деятельности и операционного алгоритма:

1) обеспечить усвоение алгоритма творческой деятельности на 1-м уу; на первом занятии рассмотреть информационный (понятие) и мотивационный (отношение к усвоению) аспекты алгоритма;

2) показать преимущество этого алгоритма при решении проблемных ситуаций;

3) напоминать на каждом занятии необходимость его использования;

2. Нужен запас информации по теории делимости (1-м и 2-м уу).

3. Сделать подбор задач.

4. Требования к подготовке учащихся к исследовательской деятельности состоит в готовности применять АТД к любой нестандартной ситуации:

1) освоить опыт наблюдения с целью распознавания теории для решения данной задачи;

2) научиться формулировать проблему и проблемную задачу;

3) быть готовым выдвигать гипотезу, составлять план проверки гипотезы и осуществлять ее;

4) делать вывод о верности гипотезы;

5) владеть основными свойствами и понятиями из теории делимости;

6) знать и применять теорему о делении с остатком;

7) научиться выводить признаки делимости и применять их в проблемных ситуациях.

Задача 1. Найти наименьшее натуральное число, которое при делении на 3 и 14 дает остатки 1 и 9.

А: (условие) Даны два натуральных числа 3 и 14. Среди всех натуральных чисел рассматриваются те, которые при делении на 3 дают остаток 1, а на 14 – 9. Требование: найти наименьшее число, отвечающее условию. При решении этой задачи и ей подобной, когда одно число подчиняется двум условиям, задачу разбивают на две.

Задача 3.1. Сохраняя условие, что речь идет о натуральном числе *n,* рассмотрим поиск его, когда при делении его на 3 получается остаток 1.

Задача 3.2. Также рассматривается натуральное число m, которое при делении на 14 дает остаток 9 [27].

При решении обеих задач необходимо найти: 1) такие числа, 2) среди чисел, удовлетворяющих требованиям обеих задач, найти наименьшее среди них.

Замечание: Учащихся (студентов) следует обучать делать «оглядку на связь условия и требования», ибо глубина анализа зависит от *распознавания:* знакома ли задача, знакомы ли с общим ее способом решения. Результаты можно оформить схемой. Главное, чтобы учащиеся (студенты) осознали: *необходимость анализировать задачу, проникая в ее сущность – это главное* в готовности решения задач.

Д: Так как при анализе показан способ решения обеих задач, то это 2-й уу.

Реш:

1. При решении первой задачи, получаются числа: 4, 7, 10, 13, 16, 19, 23 …, взяли число 4, первое число, дающие при делении на 3 остаток 1, а затем к числу 4 и последующим прибавляется 3.

2. При решении второй задачи, получаются числа: 23, 32, 56, ….

Следовательно, число 23, с одной стороны, общее число, с другой стороны, оно наименьшее.

Рез: Задача решена непосредственным поиском.

Задача 2. Доказать, что при всяком целом *n* выражении $A = n^5 - n$ делится на 5.

А: Задача относится к делимости целых чисел. Дано число А – целое. Надо доказать, что оно делится на 5. Можно записать схему: $A = n^5 - n$, n – целое, $A \vdots 5$.

Д: Для решения воспользуемся алгоритмом: 1) разложим А на множители, 2) проверим делимость на 5 каждого из сомножителей, 3) сделаем вывод.

Реш:

1) А = $n^5 - n = n(n^4 - 1) = n(n^2 - 1)(n^2 + 1) = (n - 1)n(n + 1)(n^2 + 1)$,

2) рассмотрим число n, при делении на 5 получаем остатки: 0. 1, 2, 3, 4. Если n = 5, то А делится на 5. Если остаток 1, то n = 5m + 1. Подставим в разложение, получим, что А делится на 5. Если остаток 2, то n = 5m + 2, тогда подставляя, опять получим, что А делится на 5 и т.д. Проверив все остатки, получаем, что А делится на 5.

Рез: Надо обратить внимание, что с помощью такого алгоритма решается довольно много задач в теории делимости.

Рассмотрим задачи, решая которые, создаются условия для овладения опытом распознавания проблемы. Главное, научить обучающихся обнаруживать проблему в ситуации, независимо от ее содержания. Ориентиром является понятие проблемы – это то, что надо, но его нет. Нет теории, нет алгоритма и т.д. Например, в предыдущем случае – это способ проверки. Отсюда появится задача: построить теорию, разработать алгоритм и т.д.

Задача 3. Найти цифры x и y пятизначного числа $\overline{42x4y}$, если оно делится на 72.

А: Рассматривается пятизначное число, в котором число единиц и число сотен неизвестно. Требуется найти неизвестные числа. Как это сделать неизвестно. Имеем дело с проблемной ситуацией. Необходимо восстановить неизвестные числа, а способ поиска их неизвестен. В наличии противоречие, которое создает проблему.

Д: Так как имеет место проблема, то требуется использовать алгоритм творческой деятельности для поиска способа. Цель ПМД – 3-й уу.

Реш: Воспользуемся алгоритмом творческой деятельности.

Проблема: Отсутствие способа нахождения неизвестных чисел x и y.

Проблемная задача: Найти способ нахождения неизвестных x и y.

Гипотеза: Если способ нахождения неизвестных будет найден, то им можно пользоваться для решения целого класса задач.

Поиск оформим в виде последовательности шагов, применяя признаки делимости:

1. Применим признак делимости на 2: y = 0, 2, 4, 6, 8.

2. Применим признак делимости на 4: $\overline{4y}$ = 40. 44, 48, 52,…, то есть у может быть равен 0, 4, 8.

3. Сопоставляя 1–2, можно утверждать, что y равен 0 или 4, или 8, то есть дальнейшему исследованию подлежат числа: $\overrightarrow{42x40}$, $\overline{42x44}$, $\overline{42x48}$.

4. Применим признак делимости на 3 и на 9 к числам: 10 + x, 14 + x, 18 + x, где x – цифра, получим x = 0, если число 18 + x, другие цифры не подходят.

5. Получили число, в котором $x = 0$, $y = 8$. Так как 72 должно делиться на 8, проверим, делится ли число 42048 на 8. Получен положительный ответ, поэтому искомым числом является 42048.

Рез: Для решения потребовались признаки делимости. Задача решена. Полученный опыт можно применять для решения подобных задач.

Задача 4. К числу 43 приписать слева и справа по одной цифре так, чтобы полученное число делилось на 45.

А: Дано число 43. Требуется к нему приписать слева и справа по одной цифре. Получится новое число А = $\overline{a43в}$. Число А должно делиться на 45. Найти a и $в$.

Д: Воспользуемся приемом, который был использован в задаче 3, то есть будем исходить из того, что $45 = 5 \cdot 9$, то есть число А должно делиться на 5 и 9, где $(5, 9) = 1$. Так как способ решения есть, то это ПМД 2-го уу.

Реш: Применим рассуждения подобные рассуждениям задачи 3.

а) если потребовать, чтобы А = $\overline{a43в}$ делилось на 5, то $в$ равно либо 0, либо 5, то есть получатся числа $\overline{a430}$ или $\overline{a435}$.

б) если это искомые числа, то они должны делиться на 9, то есть сумма их цифр $a + 7$ или $a + 12$ должна делиться на, где a – цифра.

в) учитывая признак делимости на 9, $a + 7$ или $a + 12$ должно делиться на 3, тогда легко указать числа: если $a = 2$, то число 2430, если $a = 6$, то число 6435.

г) осталось проверить делимость этих чисел на 45. После проверки останется одно число.

Рез: Применяя испробованный способ решения одной задачи, удалось решить другую, и поэтому она стала репродуктивной.

Решая рассмотренные задачи, возникла потребность в выдвижении гипотезы. Это указывает на важность в алгоритме творческой деятельности ***гипотезы*** – научного предположения, которое выдвигается для объяснения какого-либо явления и требует проверки на опыте.

Если идея вида гипотезы возникает сразу, тогда составляется план и проверка гипотезы. Заметим, что гипотезой можно быть не любое, а как правило, только обоснованное предположение, оно указывает направление ПМД ученика (студента) в создавшейся проблемной ситуации.

Для выдвижения гипотезы необходимо тщательно изучить явления, факты и данные задачи. Поэтому, большое значение придается операции анализа. Опыт выдвижения гипотезы достигается практикой.

Составление плана поверки гипотезы. Возникшая идея о гипотезе требует составления плана ее проверки, поэтому требуется научиться предвидеть свои шаги и видеть их результат. Это самая трудная работа – она поисковая. Здесь часто приходится возвращаться к поставленной гипотезе и к ее анализу.

Анализ результата.

Проводится для проверки правильности решения задачи и заключается в таких действиях, как сопоставление требования задачи и полученного результата. Здесь необходимо вернуться и проверить возможность оптимального решения, рационального способа, применения результата для решения других задач.

Задача 5. Показать, что выражение $n(n + 1)(2n + 1)$, где n – натуральное число, делится на 6.

А: Задача относится к теории делимости. Дано произведение трех натуральных чисел и натуральное 6. Требуется доказать, что данное выражение делится на 6. Введем обозначения и создадим модель ответа на задачу: $A = n(n + 1)(2n + 1) = 6m$, и проверим ее.

Д: Так как имеем дело с проблемной ситуацией, то требуется ПМД 3 уу. Воспользуемся алгоритмом творческой деятельности.

Реш:

Проблема: Отсутствует способ установления делимости числа А на 6.

Проблемная задача: Найти способ проверки делимости числа А на 6.

Гипотеза: Так как 6 небольшое число, то для поиска m попробуем воспользоваться непосредственной проверкой. Составим план проверки гипотезы. Зная, что при делении на 6 по теореме о делении с остатком могут получиться выражения: $\{6к, 6к + 1, 6к + 2, ..., 6к + 5\}$.

План проверки: Чтобы решить поставленную задачу, надо:

1) учитывая, что при делении любого натурального числа на 6, может получиться одно из чисел $\{6к, 6к + 1, 6к + 2, .., 6к + 5\}$, обозначено оно через $N = \{6к, 6к + 1, 6к + 2, .., 6к + 5\}$;

2) подставим каждое число из N в А, и найдем его значения;

3) сделаем вывод: если каждое полученное значение А делится на 6, то и все данное выражение делится на 6.

Проверка гипотезы (подставляем и вычисляем).

Например: $A(6к) = 6к(6к + 1)(2(6к) + 1) = 6m$, где $m = 6(6к + 1)(12к) + 1)$. Аналогично следует проверить остальные числа из N.

Вывод: так как все числа $A(6к),\ldots, A(6к + 5)$ делятся на 6, то и любое натуральное число вида А делится на 6.

Рез: Итак, надо было доказать, что выражение А делится на 6 при любом натуральном n. Для этого мы представили множество натуральных чисел и подставили каждое их них в выражение. Проверили, что А делится на 6. Тем самым доказали, что данное в условии выражение делится на 6. Здесь важно, что проверку сделали непосредственно, используя теорему о делении с остатком.

В помощь будущему учителю рассмотрим некоторые типы задач по теории делимости.

1. – типы задач:

<u>1тип.</u> Задачи на доказательство делимости А на *в*, где *в* число небольшое.

1. Доказать, что при всяком натуральном n: а) $n^3 - n$ делится на 3, б) $n^5 - n$ делится на 5. в) $n^7 - n$ делится на 7.
2. Доказать, что выражение $n(n + 1)(2n + 1)$ делится на 12.
3. Доказать, что произведение 4-х последовательных натуральных чисел делится на 8.
4. Доказать, что разность между кубом натурального чисел и самим числом делится на 6.
5. Доказать, что сумма кубов трех последовательных чисел делится на 3.

<u>2 тип.</u> Задачи на доказательство делимости выражения А на число *в*, где *в* большое.

1. Доказать, что при всяком целом a выражение $(a^2 + 3a + 1)^2 - 1$ делится на 24.
2. Доказать, что при всяком целом n, $n^{13} - n$ делится на 13.
3. Доказать, что $27195^8 - 10887^8 - 10152^8$ делится на 26460.
4. При каких натуральных n сумма $5^п + n^5$ делится на 23? Каково наименьшее n, удовлетворяющее этому условию? (Ответ: 12).
5. Доказать, что разность между кубом нечетного числа и самим числом делится на 24.
6. Доказать, что сумма трех последовательных натуральных степеней числа 2 делится на 14.
7. Доказать, что произведение трех последовательных чисел, среднее из которых квадрат, делится на 60.

<u>3 тип.</u> Задачи вида: доказать, что выражение А делится на число (или выражение в), где А содержит степени. (Решаются методом математической индукции).

1. Показать, что $5^{2п+1} + 2^{п+4} + 2^{п+1}$ при любом целом неотрицательном n делится на 21.
2. Доказать, что числа вида $2^{п+5}3^{4п} + 5^{3п+1}(2^{5п+3} + 5^п 3^{п+2})$ при любом целом неотрицательном n кратно 37 (Ответ: 19).
3. Доказать, что выражение $1 + 2^x + 4^x$ кратно 7, если x – положительное число вида $3n \pm 1$.

<u>4 тип.</u> Задачи вида: доказать, что выражение А не делится на выражение В (дробь несократима). (Решаются методом от противного).

1. Доказать, что дробь $(a^3 + 2a)/(a^4 + 3a + 1)$ несократима ни при каком целом значении a.
2. Доказать, что дробь $(14n + 3)/(21n + 4)$ несократима ни при каком целом значении n.
3. Найти все целые n, при которых дробь $(22n + 3)/(26n + 4)$ несократима.

4. Указать все натуральные числа, при которые может оказаться сократимой дробь $(5n + 6)/(8n + 7)$.

<u>5 тип.</u> Задачи на нахождение числа по его делителям и остаткам. Такие задачи решаются с помощью теоремы о делении с остатком.

1. Если два целых числа при делении на одно и тоже натуральное число дают равные остатки, то разность данных чисел делится на это натуральное число. Доказать.
2. При делении некоторого числа на 13 и 15 получили одинаковые частные. Но первое деление было с остатком 8, а второе – без остатка. Найти это число.
3. Если целые числа a и $в$ при делении на натуральное число c дают равные остатки, то одинаковые натуральные степени их при делении на c тоже дают равные остатки. Доказать.
4. Число $a = 42157$ при делении на некоторое целое положительное число $в$ дало в частном $g = 231$. Найти делитель $в$ и остаток r.
5. Найти наименьшее натуральное число, которое при делении на 11 и 20 дает соответствующие остатки 7 и 19.
6. Найти наименьшее натуральное число, делящееся на 7, которое при делении на 2, 3, 4, 5, 6 дает всякий раз остаток равный 1.

<u>6 тип.</u> Задачи на нахождение НОД и НОК.

1. Пользуясь алгоритмом Евклида, найти НОД следующих чисел: 1, 546 и 231; 2. 27379163 и 9639.
2. Разложить на простые множители и найти НОК следующих чисел: 1, 306 и 504; 2, 2520 и 6600; 3, 374, 1599, 9061.
3. Доказать, что если $a = cg + r$ и $b = cg_1 + r_1$, где a, b, g, r, g_1, r_1 – целые неотрицательные числа и c – целое положительное число, то $(a, b, c) = (c, r, r_1)$. Сформулировать вытекающее отсюда правило.
4. Сумма двух чисел 667, а отношение НОК и НОД этих чисел равно 120. Найти эти числа.
5. Найти два числа, зная, что сумма частных от деления каждого из них на НОД равна 18, НОК равна 975.
6. Даны числа $a = 899$ и $в = 493$. Найти $д = (a, в)$ и определить x и y, посредством которых, можно осуществить представление НОД в виде
$д = ax + вy$

<u>7 тип.</u> Задачи на нахождение остатка при делении чисел a и $в$. (Решаются с помощью теории сравнений).

1. Доказать, что сумма $3^{105} + 4^{105}$ делится на 13, 181, 7.
2. Найти остаток от деления на 13 выражения $7^{100} + 11^{100}$.
3. Найти последнюю цифру чисел $9^{(9)}$ (9 в степени 9) и $2^{(3)}$ (3 в степени 4).
4. Найти две последние цифры чисел 2^{999} и 3^{999}. (Ответ: 88, 67)

5. Доказать, что две последние цифры в десятичных записей чисел $9^{(9\ )}$ (9 в степени 9) и $9^{(9\ )}$ (9 в степени 99) одинаковы.
6. Какова последняя цифра числа $[(7^7)]$, последняя степень 7 (возведение в степень 7 повторяется 1000 раз)? Каковы две последние цифры этого числа? (Ответ: 7, 07).

2. – типы задач:

<u>1 тип.</u> Задачи на доказательство (вывод) признаков делимости.

<u>2 тип.</u> Задачи, где числа требуют понимание систематической записи.

Задача 1. Даны два трехзначных числа, дающие одинаковые остатки при делении на 7. Приписав одно к другому, получим шестизначное число. Доказать, что оно делится на 7.

А: Пусть даны два числа $\overline{авс}$ и $\overrightarrow{xyz}$, которые при делении на 7 дают одинаковые остатки. Припишем второе к первому, получим $\overrightarrow{авсxyz}$. Требуется доказать, что оно делится на 7.

Д: Имеем проблемную ситуацию. ПМД – 3 уу.

Реш: (поиск: сформулировать проблему, проблемную задачу, гипотезу, составить план решения гипотезы, протоколируя его осуществление, получим способ решения):

1) $\overline{авс} = 100а + 10в + с = 7g + r$, $\overrightarrow{xyz} = 100x + 10\,y + z = 7g_1 + r \ldots (1)$

2) $\overrightarrow{авсxyz} = 10^3(7g + r) + (7g_1 + r) = A + 1001r = A + 7\cdot143\ r$.

3) из 1–2 видно, что А делится на 7 и $7\cdot143$ r делится на 7, следовательно, $\overrightarrow{авсxyz}$ делится на 7.

Рез: Задача решена, использовался в поиске прием представления числа в систематическую его запись.

Задача 2. Цифру 9, с которой начиналось трехзначное число, перенесли в конец числа. В результате получилось число на 216 меньше данного. Какое было число?

А: Дано число $\overline{9ав}$. Сделали преобразование и получили другое число $\overline{ав9}$, которое оказалось меньше данного. Требуется найти искомое число.

Д: Имеет место проблемная ситуация. ПМД – 3 уу.

Реш: (поиск способа решения, протоколирование результатов поиска).

1) $\overline{9ав} = 100\cdot9 + 10а + в$; $\overline{ав9} = 100а + 10в + 9$.

2) Воспользуемся условием, что $\overline{9ав} - \overline{ав9} = 216\ldots(2)$.

3) Подставим в (2) результаты систематических записей чисел, получится уравнение: $10а + в = 75$

4) учитывая, что *а* и *в* – цифры, легко решить уравнение, где а = 7, в = 5, то есть искомым числом является 975.

Рез: Задача решена. Поиск способа увенчался успехом.

3. – нестандартные задачи. Они не попадают под классификацию, однако, при поиске их способа решения, необходимо обращаться к опыту обучающихся и оказывать помощь, применяя форму общения – диалог.

Задача 3. Для каких цифр x и y выполняется равенство $\overline{xxyy} = (\overline{xx})^2 + (\overline{yy})^2$.

А: Дано уравнение с двумя переменными. Уравнение нестандартное. Поэтому имеем дело с проблемной ситуацией, для решения которой нужна поисковая деятельность.

Д: ПМД – творческая (3-й уу).

Реш: (поиск способа решения, протоколирование гипотезы).

1) $\overline{xxyy} = 1000x + 100x + 10y + y = 1100x + 11y = 11(99x + x + y)$.

2) $(\overline{xx})^2 + (\overline{yy})^2 = (11x)^2 + (11y)^2 = 121(x^2 + y^2)$.

3) приравняем (1) и (2) и разделим на 121. Предположим, что $x + y = 11$ (это возможно, так как x и y цифры и уравнение целочисленное, то есть $x + y$ должно делиться на 11, но $x + y$ наибольшее значение может быть 18).

4) получим $9x + 1 = x^2 + y^2$. Простым перебором находим, что единственной парой чисел, удовлетворяющей условию задачи является $x = 8$,

$y = 3$.

Рез: Число найдено, им является 8833. Решить задачу удалось, проведя хороший анализ. Были исследованы все объекты и границы их значений. Трудностью оказалось предположение, что $x + y = 11$.

Задача 4. Можно ли к числу 1996 приписать слева несколько цифр так, чтобы в итоге получился точный квадрат [28].

А: Задача из теории чисел. Дано число 1996. К нему слева приписываются некоторые цифры. Требуется проверить, можно ли получить точный квадрат?

Д: Имеем дело с проблемной ситуацией. Задача относится к нестандартным. Готового способа решения нет. Необходим его поиск, поэтому ПМД – 3-й уу.

Реш: (протоколирование поиска даст возможность получить способ решения).

1) пусть удалось приписать такие цифры, что получился квадрат натурального числа, обозначим его m. Так как данное число оканчивается четной цифрой, то полученное число будет четным: $m = 2n$, где n – натуральное число и десятичная его запись оканчивается числом 1996. Такое число будет $10^4s + 1996$, где s – натуральное число.

2) получили, что $m^2 = 4n^2 = 10^4s + 1996$, тогда $n^2 = 2500s + 499$, где n – нечетное.

3) обозначим $n = 2к + 1$, где к – целое.

4) рассмотрим квадрат этого число и получим 4к^2 + 4к + 1, что дает в остатке 1 при делении на 4, а число 2500s + 499 при делении на 4 дает остаток 3, получаем противоречие, показывающее, что удовлетворить условию нельзя.

Рез: В данной задаче использовался прием «предположение о существовании объекта». Далее рассуждения и преобразования были эквивалентными. Но они привели к противоречию, следовательно, объект такой не существует.

Задача 5. Найти два последовательных трехзначных числа, равных сумме кубов своих цифр.

А: Пусть даны числа $\overrightarrow{xyz}$ и $\overrightarrow{xyz}$ + 1 = $\overrightarrow{xy(z+1)}$ (последовательные трехзначные), где первое меньшее искомое число. Выполнено равенство

$x^3 + y^3 + z^3 + 1 = x^3 + y^3 + (z + 1)^3$ … (1). Найти числа.

Д: Имеем проблемную ситуацию. ПМД – 3-й уу.

Реш: (поисковая деятельность по отысканию искомых чисел, поиск протоколируется).

1. Рассмотрим $\overrightarrow{xyz}$ + 1 = $\overrightarrow{xy(z+1)}$. Пусть выполнено равенство (1), тогда $(z + 1)^3 = z^3 + 1$. Это возможно только при $z = 0$, получаем $\overrightarrow{xy0} = x^3 + y^3$.

Перебирая все кубы от 0 до 9, получаем $\overrightarrow{xy0} = x^3 + y^3$ є {730, 520, 340, 280, 250}, то есть $\overrightarrow{xy}$ є {73. 52, 34, 28, 25}. Рассмотрим $\overrightarrow{xy}$. Так как $7^3 + 3^3$ = 370, $5^3 + 2^3$ = 133, $3^3 + 4^3$ = 512, $2^3 + 8^3$ = 520, то $\overrightarrow{xy}$ = 37. Искомые числа 370 и 371, именно они удовлетворяют условию задачи.

2. Рассмотрим условие $z = 9$, $y \neq 9$, тогда $\overrightarrow{xy9} + 1 = \overrightarrow{x(y+1)0}$,

$x^3 + y^3 + 729 + 1 = x^3 + (y + 1)^3$, получим $(y + 1)^3 - y^3 = 720$. Это не выполняется для y от 0 до 90.

3. $z = y = 9$ ($x \neq 9$). $\overline{x99} + 1 = \overrightarrow{(x+1)00}$, $x^3 + 729 + 429 + 1 = (x + 1)^3$. Это равенство так же не выполняется.

4. Рассмотрены все случаи. Получен результат: даны числа 370 и 371.

Рез: Задача решена. В поиске использовался прием перебора вариантов и проверка их на адекватность условию.

Задача 6. При каких x и y, число $\overrightarrow{xxyy}$ является квадратом натурального числа.

А: Дано четырехзначное число. Требуется установить, при каких значениях x и y, оно является квадратом натурального числа.

Д: Задача нестандартная. Имеем дело с проблемной ситуацией. Требуется поиск способа решения.

Реш: (поиск решения осуществляется с помощью алгоритма творческой деятельности, результат поиска протоколируется).

1. Рассмотрим $\overrightarrow{xxyy}$. Его можно представить в виде $11\,\overrightarrow{x0y}$.

2. Оно будет являться квадратом числа 8 том в случае, когда $\overrightarrow{x0y}$ делится на 11, а частное также является квадратом натурального числа

3. $\overrightarrow{x0y}$ = $100x + y = (x + y) + 99x$ должно делиться на 11. Это возможно, если $(x + y)$ делиться на 11, то есть оно равно 11 (так как x и y и устанавливается утверждение перебором).

4. Подбором получаем: $x = 7$, $y = 4$.

Рез: Число найдено, это 7744. Удалось получить результат, используя способ перебора и адекватность условию.

Рассмотрим решение сложных задач разного характера (типа). Прежде всего, следует посредством анализа распознать, относится ли задача к проблемной, даже если она на первый взгляд вызывает затруднение.

Задача 7. Решить неравенство $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}}+\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}\geq 2$.

А: Требуется решить иррациональное неравенство. Возможно, решение задачи носит репродуктивный характер? Сделаем предварительное исследование. Прежде всего, заметим, что без возведения в степень нельзя обойтись, а такая процедура может изменить ОДЗ неравенства. Поэтому предварительно найдет ОДЗ неравенства, а затем применим традиционный способ возведения в степень. Если дальнейшее решение не вызовет трудностей, то задача будет решена. И хотя не ставилась проблема, проведенный анализ формирует азы исследовательской деятельности.

Д: Так как указан «путь-план» решения, то ПМД – 2-й уу, то есть требует репродуктивной деятельности.

Реш:

1. Найдем ОДЗ неравенства.

1.1. $x - 1 \geq 0$, то есть $x \geq 1$… (1).

1.2. Учитывая, что корни квадратные, подкоренные выражения неотрицательные, получим систему двух неравенств

$$\begin{cases} x+2\sqrt{x-1} \geq 0 \\ x-2\sqrt{x-1} \geq 0 \end{cases}$$, сложив неравенства, получим $x \geq 0$ … (2).

1.3. Рассматривая (1) и (2) совместно, получим ОДЗ: (1)… $x \geq 1$, или $[1, \infty)$.

2. Возведем неравенство в квадрат, получим: $2x + 2|x - 2| \geq 4$. Получили линейное неравенство с модулем, которое решается репродуктивно.

3. Пусть $x - 2 \geq 0$, тогда получаем $2x + 2x - 4 \geq 4$, или $x \geq 2$.

4. Учитывая ОДЗ, получаем решение $x \geq 2$, или $[2, \infty)$.

5. Пусть $x - 2 < 0$, тогда получаем $2x - 2x + 4 \geq 4$, получаем тождественное неравенство.

6. Учитывая ОДЗ неравенства, решением является неравенство $1\leq x<2$.

7. Учитывая полученные решения $[1, \infty)$ и $1\leq x< 2$ и тот факт, что $x = 2$ удовлетворяет решению неравенства, ответом является $x \geq 1$.

Рез: Задача решена.

Задача 8. Найти все значения x, для которых точки графика функции $y = (\log_7(10 - 2x))/(3 - x)$ лежат выше соответствующих точек графика функции $y = 2/(3 - x)$.

А: В условии задачи даны две функции аналитически. А требование задачи связано с их графиками. Требование необычное. Можно попробовать построить графики и удовлетворить требование, но это будет сопряжено с трудностями построения графиков. Очевидно, что задача создает проблемную ситуацию. Требуется для решения поисковой деятельности, то есть использование алгоритма творческой деятельности.

Д: Так как алгоритм решения неизвестен, то цель – ПМД 3-го уу.

Реш: (осуществим поиск, протоколируя все шаги):

Проблема: Отсутствие алгоритма для достижения цели (требование задачи).

Проблемная задача: Найти способ поиска точек, для которых первая функция будет выше второй.

Гипотеза: Для поиска алгоритма перейдем на «язык» неравенств. Если будет найдено множество значений x, при которых значения первой функции больше чем значения второй, то задача может быть решена.

1. Предположим, что $(\log_7 (10 - 2x))/(3 - x) > 2/(3 - x)$ ….. (1).

2. Решим это неравенство. Замечание: однако возникает важный момент, который следует обсудить: Каждая из функций имеет свою область определения. При этом может появиться три случая: а) как рассматривать те значения x, при которых одна функция определена, а другая нет, или обе неопределенны. То есть, рассматривать эти случаи или нет, брать в ответ эти значения x или нет? Можно ли сказать, что несуществующая точка лежит выше какой-то другой точки? В таких случаях необходимо рассматривать эти случаи отдельно.

3. (Способ решения неравенства 1):

1) заменим $2/(3 - x)$ на $\log_7 49/(3 - x)$, получим $(\log_7 (10 - 2x))/(3 - x) > (\log_7 49)/(3 - x)$;

2) $(\log_7 (10 - 2x - 49))/(3 - x) > 0$;

3) $(\log_7 (2x + 39))/(x - 3) > 0$ …. (2);

4) решением неравенства (2) является совокупность двух множеств с учетом замечания: $x < - 19{,}5$ и $3 < x < 5$, что является ответом задачи;

5) (способ решения неравенства 2);

6) не осуществляя преобразование второй функции, получаем неравенство $(\log_7 ((10 - 2x) - 2))/(3 - x)) > 0$ … (3);

7) при решении неравенства (3) получаем две системы:

а) $3 - x > 0$ и $10 - 2x > 49$. решением которой является $x < - 19{,}5$... (4);

б) $3 - x < 0$ и $0 < 10 - 2x < 49$, решением которой является $3 < x < 5$… (5);

8) учитывая замечание и полученные решения, получаем ответ: совокупность двух множеств $x < -19{,}5$ и $3 < x < 5$, что является ответом задачи.

Рез: Задача решена. Для решения предложено два способа, но решение не формальное, ибо требовало рассматривать особые случаи. Анализ задачи позволяет предложить еще один способ ее решения – графический. Предоставляем это читателю.

Задача 9. Найти все значения a, при каждом из которых неравенство

$((2^x + 3\sqrt{2}\cdot 2^{-x} - 5) - a)/(a - (2\sin\sqrt{x-1} - 3)) \le 0$ не имеет решений.

А: Дано неравенство с параметром a. Требуется показать, что оно не имеет решений. Алгоритма решения нет, следовательно, задача представляет проблемную ситуацию.

Д: ПМД – 3-й уу, требуется поисковая деятельность.

Реш:

Проблема: Отсутствие алгоритма решения.

Проблемная задача: Найти алгоритм решения неравенства.

Гипотеза: Есть предположение, что задачу можно решить, если a считать переменной, а x – параметром.

1 $f(x) = 2\sin\sqrt{x-1} - 3$, $x > 1$.

$E(\sin\sqrt{x-1}) = [-1, 1] \to E(f) = [-2-3, +2-3] = [-5, -1]$.

2 $2^x + 3\sqrt{2}\cdot 2^{-x} - 5 = t + 3\sqrt{2}/t - 5 = g(t)$, $t = 2^x \ge 2$:

$g(t) = t + 3\sqrt{2}/t - 5 \ge 2\sqrt{t.3\sqrt{2}/t} - 5$ (неравенство для средних) $= 2\sqrt[4]{18} - 5 = g(t_0)$, где $t_0 = 3\sqrt{2}$ (2, так как $3\sqrt{2} = \sqrt{18} > 16 = 4$), $\to g_{\text{наим}} = 2\sqrt[4]{18} - 5 > 2\sqrt[4]{16} - 5 = -1 = f_{\text{наиб}}$.

3 $((2^x + 3\sqrt{2}\cdot 2^{-x} - 5) - a)/(a - (2\sin\sqrt{x-1} - 3)) \le 0 \to (a - g(2^x))/(a - f(x)) \ge 0 \to$ совокупность двух неравенств $a < f(x)$ и $a \ge g(2^x)$ – не верно ни при каких x тогда и только тогда, когда $f_{\text{наиб}} \le g_{\text{наим}} \to -1 \le a < 2\sqrt[4]{18} - 5$.

Рез: Задача решена. Ответом является $-1 \le a < 2\sqrt[4]{18} - 5$. При поиске решения использовался прием замены параметра и переменной, что позволило получить результат.

Задача 10. Доказать, что $\sqrt[n]{2+\sqrt{3}} + \sqrt[n]{2-\sqrt{3}} > 2$ при любом натуральном n.

А: Дано числовое неравенство, содержащее неизвестный показатель n иррациональных выражений. Требуется доказать его истинность. Так как неравенство необычное, то можно считать, что задача представляет проблемную ситуацию.

Д: ПМД–3-й уу, требует поисковой деятельности.

Реш:

Проблема: Отсутствие способа решения.

Проблемная задача: Найти способ решения задачи.

Гипотеза: Так как в задаче одно неизвестное – натуральное n, то можно попробовать провести доказательство методом математической индукции.

1. Пусть n = 2. Доказать, что $\sqrt{2+\sqrt{3}}+\sqrt{2-\sqrt{3}} > 2$…(1).

2 Возведем обе части неравенства в квадрат, получим $2+\sqrt{3}+\sqrt{4-3}+2-\sqrt{3} = 4+1 > 2$, то есть неравенство верно.

2. Предположим, что неравенство верно при n = к, то есть $\sqrt[к]{2+\sqrt{3}}+\sqrt[к]{2-\sqrt{3}} > 2$ … (2).

3. Проверим верность неравенства $\sqrt[к+1]{2+\sqrt{3}}+\sqrt[к+1]{2-\sqrt{3}} > 2$ …. (3).

Возможен такой вариант проверки истинности неравенства (3):

Проверим верность неравенства $(2+\sqrt{3})^{1/к} > (2+\sqrt{3})^{1/(к+1)}$….(4).

3.1. Возведем (4) в к+1 степень, получим: $(2+\sqrt{3})^{к+1/к} > (2+\sqrt{3})^{к+1/(к+1)}$ или $(2+\sqrt{3})(2+\sqrt{3})^{1/к} > 2+\sqrt{3}$, или $(2+\sqrt{3})^{1/к} > 1$… (5). Аналогично установим, что $(2-\sqrt{3})^{1/к} > 1$… (6).

3.2. Сложим (5) и (6), получим (2), которое по предположению верно, следовательно, верным является неравенство (3), что и требовалось доказать.

3.3. На основании аксиомы индукции, делаем вывод, что неравенство исходного справедливо для любого натурального n.

Рез: Способ решения задачи найден. Сложность в поиске применения известного алгоритма – метода математической индукции – состояла в том, как воспользоваться предположением, что неравенство справедливо для n = к. Нам удалось это сделать. Было выдвинуто еще одно предположение, а именно (4), и которое посредством математических операций удалось доказать.

Задача 11. Найти все значения *а* при каждом из которых наибольшее из двух чисел $в = 9^а + 3^{2+а} - 1$ и $с = 3^{2-а} - 9^{-а} - 5$ меньше 9.

А: Речь идет о сравнении двух чисел. Числа обозначены буквами *в* и с. Речь в задаче идет об установлении значений а, при которых должно быть выполнено условие наиб (*в*, *с*) < 9. Имеет место проблемная ситуация. Для ее разрешения необходимо воспользоваться алгоритмом творческой деятельности.

Д: Так как задача является проблемной, то ПМД – 3-й уу, необходим поиск способа решения.

Реш: (результаты поиска запротоколируем, что позволит зафиксировать алгоритм решения задачи):

Проблема: Отсутствие способа проверки, какое из чисел больше и установление значений параметра а, при которых большее число было меньше 9.

Проблемная задача: Найти способ установления, какое из данных чисел больше и установить какие значения принимает параметр а, если большее число меньше 9.

Гипотеза: Если будет установлено, какое из чисел больше, то решение будет сведено к поиску значений а. Если найти условие, при котором оба числа меньше 9, то останется установить, какое из чисел больше. Составим общий план решения. Сначала установим, при каких значениях а оба числа больше 9. Затем будем устанавливать, какое из них больше.

Поисковая деятельность:

1. Будем искать условие, при котором $в < 9$ и $c < 9$.

1.1. Рассмотрим систему двух неравенств

$в = 9^{a} + 3^{2+a} – 1 < 9$

$c = 3^{2–a} – 9^{–a} – 5 < 9$. Найдем ее решение.

1.2. Решим первое неравенство: обозначим $3^{a} = y$, тогда получим неравенство $y^2 + 9y – 10 < 0$, где $y_1 = – 10$, $y_2 = 1$, то есть $(3^{a} – 1)(3^{a} + 10) < 0$ или $(3^{a} – 1) < 0$ или $0 < 3^{a} < 1$.

Решим второе неравенство: обозначая также $3^{a} = y$, получаем $(3^{a} – 1/7)(3^{a} – 1/2) > 0$.

2. Так как решалась система, то решением ее является совокупность двух неравенств $0 < 3^{a} < 1/7$ и $1/2 < 3^{a} < 1$.

3. Выясним, какое из чисел больше. Рассматривая систему:

$\begin{cases} (3^a - 1/7)(3^a - 1/2) > 0 \\ (3^a - 1)(3^a + 10) < 0 \end{cases}$, видно, что $c > в$ в ОДЗ системы неравенств, поэтому решением задачи будет два множества: $a < – \log_3 7$ и $–\log_3 2 < a < 0$.

Рез: Осуществляя поисковую деятельность, удалось найти ответ задачи. Такого типа задач достаточно много, поэтому разработанный способ можно использовать для решения задач такого типа.

1.3. Подготовка студентов к организации исследовательской деятельности учащихся в период прохождения педагогической практики

1.3.1. Краткая информация об общем положении прохождения научно-педагогической практики студентов

Научно-педагогическая практика в ПИ ТОГУ входит в состав основной образовательной программы высшего профессионального образования, поэтому она встраивается в образовательную систему вуза и конвергентно вступает во взаимодействие за счет единства целей и адекватных технологий с математическим, методическим и психолого-педагогическим образованием будущего учителя. Научно-педагогическая практика студентов является одной из форм учебной деятельности, направленной на формирование и развитие компетенций, и приобретение практического опыта осуществления предстоящей профессиональной деятельности.

Для организации исследовательской деятельности учащихся студентами должна быть усвоена информации об исследовательской деятельности, ее значении в работе учителя (информационный аспект). Студенты должны приобрести опыт применения знаний в ситуациях, которые предлагаются педагогом (операционный аспект). Должно происходить саморазвитие творческого и духовного потенциала студентов при моделировании поведения в учебно-аудиторной ситуации и самостоятельной работе над поиском решения проблемы.

Способствует развитию творческого потенциала будущих учителей имманентно овладение ими способности переносить знания в сохраняемых моделях из профессионально-педагогической области знаний в нестандартную ситуацию предметной области знаний, что обусловливает становление их субъектами учения и преподавания. Критериями развития субъектной педагогической позиции будущих учителей являются:

1) осознание цели учебной деятельности на пограничной зоне, каковой может быть решение проблемы, связанной с подготовкой учащихся к исследовательской деятельности;

2) разработка адекватных технологии для достижения поставленных целей;

3) моделирование систем самообразования и самовоспитания;

4) организация деятельности для получения положительного результата;

5) проведение самоанализа, констатирующего факт достижения прогнозируемых целей.

Стратегической целью подготовки будущих учителей к организации исследовательской деятельности учащихся является развитие и совершенствование у них опыта адекватной деятельности, приобретение опыта сбора, анализа и обобщения полученного научного материала.

При подготовке студентов к научно-педагогической деятельности необходимо обеспечить овладение ими рядом профессиональных компетенций, состоящих в следующем: готовность применять на практике базовые общепрофессиональные знания как по теории, так о методах поиска; иметь опыт использования информационных технологий и др.

Таким образом, можно утверждать, что цели, обозначенные для научно-педагогической практики студентов, согласуются со стратегическими целями современного образования: развитие интеллектуального, духовного и профессионального потенциала будущих учителей.

Мы предлагаем стратегические цели декомпозировать на содержательно-образовательные, мировоззренческие и профессионально-педагогические цели. Содержательно-образовательные цели обеспечивают интеллектуальное развитие (стратегический вектор развития), на оперативном уровне они декомпозируются на уровни усвоения (1-й, 2-й и 3-й уу) – «сохраняемые модели содержания образования». Мировоззренческие цели способствуют развитию духовного богатства обучающихся, фиксируются нравственными категориями (гуманизм, свобода, уважение, ответственность, достоинство, трудолюбие и др.) – стратегические цели личностного аспекта. Цели развития профессионального потенциала будущих учителей специфицируются на оперативном уровне как педагогические способности. На этом уровне они декомпозируются, как и цели развития духовного потенциала.

1.3.2. Цели, содержание и методические приемы организации исследовательской деятельности учащихся как средство развития их субъектности (рекомендации для будущих и работающих учителей)

Традиционно в теории обучения сложился опыт, заключающийся в том, что на уроке в школе ставятся три цели: образовательная (Оц), воспитательная (Вц), развивающая (Рц), обеспечивающая развитие памяти, мышления, творческого мышления, грамотной речи, внимания, обусловливающая саморазвитие субъектной позиции.

Исследовательская деятельность учащихся имманентна прогнозированию на уроке образовательной цели (3-й уу) и создание условий для овладения алгоритмом творческой деятельности и алгоритмом принятия решений.

Если на уроке прогнозируется учителем цель (рабочая – 3-й уу), то это означает, что при изучении нового материала учащиеся анализируют, думают, рассуждают, попадая в творческие ситуации, учатся составлять вопросы по новому материалу, создавать смысловые опоры и т.д.

Если на уроке организуется творческая деятельность, то такой урок называют проблемным, где происходит более качественное усвоение информации, обусловливающее развитие творческих способностей учащихся, а также воспитывается активная личность – субъект саморазвития.

На проблемных уроках учащиеся приобретают опыт исследовательского поиска (табл. 1.1).

Таблица 1.1

Полный цикл творческой деятельности учащегося

№	Название этапов	Содержание операций	Результат
1	Постановка проблемы и формулирование проблемной задачи	1шаг. Возникновение и осмысление проблемной ситуации; 2 шаг. Осознание противоречия. 3 шаг. Формулирование проблемы 4 шаг. Формулирование задачи	Проблема (вопрос, охватывающий противоречие в проблемной ситуации, поставленный для разрешения)
2	Выдвижение гипотезы	1 шаг. Выдвижение гипотезы 2 шаг. План проверки гипотезы 3 шаг. Проверка гипотезы, реализация плана	Решение (понимание нового и его получение)
3	Подведение итога творческой деятельности	Выражение нового знания научным языком в принятой форме	Полученный результат по поиску способа решения задач определенного типа

На таких уроках учащиеся ставят учебную задачу (возможно, формулируют тему урока или не совпадающий с ней вопрос), открывают для себя новое знание, которое выражают в более простой форме.

Постановка проблемы связана с проблемной ситуации (ПС), поэтому и учителю и учащимся необходимо понимать, что такое ПС и владеть приемами ее создания (табл. 1.2).

ПС можно разделить на две большие группы «с удивлением» и «с затруднением» – это 1-й столбец. Сущность 3-го столбца таблицы состоит в том, что в нем представлены приемы создания ПС – те действия, которыми учитель может специально создавать на уроке ПС, то есть создавать противоречие в предлагаемом материале, как показано в табл. 1.2.

Некоторые комментарии к таблице 1.2.

Создание ПС с удивлением. Учитель предъявляет ученикам одновременно факты некоторой теории или разные точки зрения.

Таблица 1.2

Приемы создания проблемной ситуации (ПС)

Тип ПС (по отношению учеников)	Тип противоречия	Приемы создания ПС
С удивлением	Между двумя (или более) положениями	1 Одновременно предъявить противоречивые факты, теории или точки зрения. 2 «Столкнуть» разные мнения учеников вопросом или практическим заданием.
	Между житейским представлением учащихся и научным фактом	3 Обнажить житейские представления учащихся вопросом или практическим заданием «на ошибку».

Окончание табл. 1.2

С затруднением	Между необходимостью и невозможностью выполнить задание учителя	4 Дать практическое задание, невыполнимое вообще. 5 Предложить практическое задание, не сходное с предыдущими. 6 Создать условия, при которых ученики осознают, что задание выполнить невозможно.

Пример 1 (5 кл). Сделав на доске записи: 9/43 + 5/43 · 3 = 24/43 и 9/43 + 5/43 · 3 = 42/43, учитель обратил внимание учащихся на сравнение левых и правых частей равенств. Ученики увидели, что левые части одинаковые, а правые части отличаются. ПС – учащиеся удивлены, возможно, ли такое?

Пример 2. Учащимся предъявляется вопрос, или практическое задание на новый материал. Опрашивается мнение учащихся и обращается внимание, что точки зрения разные. Возникший разброс мнений вызывает у учащихся удивление.

Пример 3 (7 кл). Практическая работа. Задание: с помощью транспортира найти сумму углов треугольника. В результате работы получены три результата 179, 180 и 181 (в градусах). Учащиеся удивлены, возникла ПС.

Пример 4. Можно дать задание, содержащее ошибку. Предъявить научный факт, уличающий ошибку.

Шаг 1. Цена товара в ходе инфляции увеличилась на 10 %, а потом снизилась на 10 %. Как изменилась цена? (Мнения разные). Шаг 2. Была цена 100 р. Увеличилась на 10 %, то есть стала 110 р. Если 110 – 100 ·10 : 100 = 99 р. Как это произошло?

Создание ПС с затруднением (*имеем единственное противоречие между необходимостью и невозможностью выполнять задание учителя*). Математическое задание на новый материал, с которым ученики не могут справиться, отличаются тем, какое это задание.

Пример 5. Учитель дает задание невыполнимое вообще (возможно отсутствует условие или его недостаточно). Тема «Неравенство треугольников» (геометрия, 7 кл.). Учитель предлагает построить треугольник по сторонам 1, 3 и 5 см.

Пример 6. Учитель дает задание, непохожее на предыдущее (сделать то, что будет изучаться на уроке).

Пример 7 (6 кл.) Тема: «Умножение дробей». Учитель предлагает найти площадь прямоугольника по заданным сторонам 5 и 6 м, а затем – 2/3 и 3/5 м (задание не сходное с предыдущим, следовательно, появилось затруднение, а значит, возникла ПС).

Пример 8. Учитель предлагает задание, похожее на предыдущие примеры, но не решаемое с помощью имеющихся знаний. Так, алгебра, 8 кл. Тема «Квадратный корень». Учитель предлагает найти строну квадрата, если площадь равна 9 $см^2$, 2 $см^2$. Затруднение учащихся в том, что второе похоже на первое, но не разрешимо.

Рекомендации по выходу из ПС

Рассмотрим первый путь выхода из ПС, включающий три варианта:

В.1. Заостряет противоречие и формулирует проблему учитель: 1 шаг – осуществляет осознание противоречия. 2 шаг – формулирует проблему.

Пример 1 (5 кл.) «Скобки и дроби».

Задание (на доске): $9/43 + 5/43 \cdot 3 = 24/43$ и $9/43 + 5/43 \cdot 3 = 42/43$.

Действия учителя: Сделав заранее записи на доске, и выдержав паузу, сказать: «Вижу, вы удивлены. Знаете почему? Потому что примеры одинаковые, а ответы разные (заостряет противоречие). Давайте подумаем над вопросом: почему в одинаковых примерах получились разные ответы?» (поиск формулировки проблемы).

Такой вариант возможет, но его недостаток, что учитель говорит сам.

В.2. И осознают противоречие и ставят проблему сами ученика.

Пример 2 (5 кл.) «Скобки и дроби».

Увидев записи на доске, как показано в табл. 1.3, один ученик говорит: «Примеры одинаковые, а ответы разные (осознание противоречия)». «Почему в одинаковых примерах получились разные ответы?» (поиск формулирование проблемы). Прием хорош. Но это, как правило, слова сильного ученика, остальные ученики не понимают, в чем дело, молчат.

Рассмотрим некоторые «тонкости» побуждающего диалога:

1. При выходе из ПС надо обеспечить два творческих действия: осмысление противоречия, формулировка проблемы. Случается, что учитель пропускает осознание противоречия и начинает диалог с побуждения к формулированию проблемы. Может все и получится, но вероятнее всего пропуск основного творческого шага затрудняет или сделает невозможным выполнение второго.

2. Ученики на стимулирующие реплики учителя могут предложить свои формулировки учебных проблем, однако их мысль не всегда грамотно оформлена. Более того, ученик может сказать вообще, что угодно, но не назвать тему или ожидаемый вопрос для учителя.

Таблица 1.3

В.3. Оформление таблицей

К теме «Задачи на проценты»: – Вы сначала как думали? – А как на самом деле?	– Как можно назвать тему урока?
К теме «Неравенство треугольника»: – Вы смогли выполнить задание? В чем затруднения?	– Ученики фиксируют свои затруднения.

Окончание табл. 1.3

К теме «Умножение дробей»: – Вы смогли выполнить задание? – Почему не получается? Чем это задание не похоже на предыдущие задания?	– Как можно сформулировать тему урока?
К теме «Понятие арифметического квадратного корня»:– Что вы хотели сделать? – Какие знания применить? – Задание выполнено	– Какой возник вопрос?

Педагогическая мудрость учителя заключается в терпимом отношении ко всяким случаям (стоит один раз детской самостоятельности мыслить дать отрицательную оценку: «Не так!», «Неправильно!», в другой раз ученик не пойдет на диалог). В таком случае «на ученическое – не в ту степь» лучше:

– кивнуть головой и сказать: «Так» (эта реакция означает, что мысль ученика принята к сведению);

– затем побудить учеников класса к формулированию проблему в другой форме: «Кто еще хочет сказать? Кто понимает иначе? Кто может выразить мысль иначе?»

3. Если возникает ситуация, когда ученик решил задачу, но не осмысливает как он это сделал, при этом учитель предполагал, что задание вызовет у учеником проблемную ситуацию. Даже у опытных учителей возникает замешательство и невольно возникает вопрос: «Как ты это сделал?». Учителю необходимо быть готовым к таким «сюрпризам». Главное не то, чтобы ученики решили то или иное задание, а чтобы на несложном материале обеспечить приобретение опыта у учащихся анализировать ситуацию и опыт овладения операциями алгоритма творческой деятельности. Лучше начать с диалога, задав вопрос: «Чем это задание отличается от других, которые вы выполняли?»

Если учитель ожидает, что задание вызовет трудность у большинства учащихся, но это не произошло, то можно задать вопрос: «Неужели решили? Не ожидала! Ведь задача была новая». Продолжить беседу: «Чем она схожа с предыдущими задачами? В чем новизна задачи?».

Второй путь к учебной проблеме (на поиск темы урока) – подводящий диалог. Подводящий диалог – посильные ученику вопросы и задания, которые шаг за шагом приводят к основанию темы урока.

В содержание подводящего диалога могут входить и репродуктивные задания («вспомним», «выполним привычное») и мыслительные («проанализируйте, «сравните»), но последний вопрос учителя обязательно будет на обобщение, а ответом на него станет формулировка темы урока, так как нет особого смысла, подводить учеников к какому-то непонятному вопросу.

Таблица 1.4

Пример Тема «Вычитание дробей»

Учитель	Ученик
Вспомните правило сложение дробей с одинаковыми знаменателями	Формулируют правило
Решите задачи на это правило	Решают задачи, предложенные учителем
Запишите задачу (7/10 + 2/10), замените знак сложения противоположным. Что получится?	7/10 – 2/10
Чем это выражение похоже на все предыдущие?	Содержит дроби с одинаковыми знаменателями
А чет отличаются?	Знаком
Как бы вы назвали тему урока	Например, вычитание дробей

Таблица 1.5

Сравнительная характеристика диалога: побуждающего и подводящего

	Побуждающий	Подводящий
Содержание	Отдельные вопросы и побудительные предложения, помогающие сформулировать мысль ученику	Набор посильных ученику вопросов и заданий, подводящих к открытию мысли
Признаки	Мысль ученика делает скачок к неизвестному	Пошаговое, жесткое ведение мысли ученика
	Переживание учеником чувство страха	Переживание учеников удивления от открытия в конце диалога
	Возможные неожиданные ответы учеников	Почти не возможны неожиданные ответы учеников
	Прекращается с появлением нужной мысли ученика	Продолжается до последнего вопроса на обобщение
Результат	Развитие творческих способностей	Развитие логического мышления

Рассмотрен подход к учебной проблеме через проблемную ситуацию. Но ее надо еще придумать. А если не придумывается?

Сообщить сразу тему? Многие так и поступают. Однако не секрет: объявленная новая тема чаще всего не интересна учащимся и получается скучный традиционный урок.

Существует два специальных приема, помогающие увлечь учащихся – мотивирующие приемы: «яркое пятно» и «актуальность».

В качестве «яркого пятна» могут быть легенды, фрагменты художественной литературы, случаи из истории математики, жизни, шутки, то есть любой материал, способный заинтриговать, захватывающий, но связанный с темой урока.

Пример 3 («яркое пятно»). Тема «Прогрессия».

Индийский царь Шерам позвал к себе изобретателя шахматной игры, своего подданного Сету, чтобы наградить его за остроумную выдумку. Сета, издеваясь над царем, потребовал за первую клетку шахматной доски 1 пшеничное зерно, за второе – 2, за третье – 4 т.д. Царю показалось, что он в состоянии выполнить это «скромное» желание. Какую в количественном отношении награду потребовал Сета мы узнаем в конце урока.

Тема (В задаче речь идет о суммировании геометрической прогрессии 1, 2, 4, …, 2^{63}). Ее сумма равна 18 445 744 073 709 551 615. Такой урожай можно собрать с площади планеты, поверхность которой примерно в 2000 раз больше всей поверхности земли. Актуальность состоит в обнаружении смысла значимости предлагаемой темы для учащихся.

Пример 4 («актуальность»). Тема «Свойства функции (11 кл.). Нахождение ОЗФ».

Самые распространенные задания ЕГЭ – это задания на нахождение множества значений функции (ОЗФ). Известно пять способов нахождения ОЗФ. Если разработать сущность каждого из способов и уяснить критерии применимости, то можно без проблем такое задание выполнить. Как можно назвать тему урока? Ответ: «Способы нахождения множества значений функции».

Итак. Рассмотрен *первый этап организации творческой деятельности учеников* – осмысление противоречия в ситуации и постановка учебной проблемы и три способа его реализации посредством диалога: побуждающий, подводящий, сообщение темы с мотивацией. Изученные способы постановки проблемы имеют сходство и различие.

Рассмотрим азбуку конструирования задач-ситуаций.

Овладение основами учебно-исследовательской деятельности учениками при изучении математики – одно из требований, предъявляемых к выпускнику школы. Как показывает практика, учащиеся испытывают трудности в поиске метода решения и применения различных методов познания (реализация единства цели и технологии ее достижения).

Как выше в монографии утверждается, одним из средств обучения учебно-исследовательской является *задача,* создающая *проблемную ситуацию* (задача-ситуация).

В задачах, имеющих проблемную ситуацию, представлена совокупность взаимосвязанных объектов в неявном виде. Решение их носит вариативный характер, при этом выбор решения и оценка результата делаются с позиции текущих и перспективных математических ситуаций. При решении таких задач обычно требуется эксперимент с исследуемым объектом, включающий (алгоритм):

– анализ условия задачи, позволяющий выделить факторы, оказывающие влияние на этот объект,

– формулирование гипотезы,

– выявление связей между условием и характеристиками объекта.

Такие задачи учитель может конструировать сам, проанализировав изучаемый теоретический материал и учебные действия, которыми должен овладеть учащийся, то есть овладеть алгоритмом/ами.

Рассмотрим подробнее общий алгоритм решения задач на примере: «Общие методы решения уравнений в 11 классе».

1. Анализ содержания учебного материала

Определите основные понятия, свойства (формулы, теоремы), методы решения задач по изучаемой теме.

Понятия: уравнение, равносильность уравнений, известные способы решения уравнения.

Методы: метод замены уравнений $h(f(x)) = h(g(x))$ на $f(x) = g(x)$; метод разложения на множители; метод введения новой переменной; функционально-графический.

2. Выявление связей между условием и характеристиками объекта (причинно-следственные связи).

Установите связь изучаемых понятий, свойств (формул, теорем), методов решения задач с ранее изученным материалом и перспективы его дальнейшего изучения.

Ранее изучался материал: равносильные уравнения, уравнение-следствие, этапы решения уравнения: технический, анализ решения, проверка, теоремы о равносильности уравнений (перенос члена уравнения из одной чисти в другую с противоположным знаком), возведение обеих частей в одну и ту же нечетную степень (четную), умножение обеих частей уравнения на одно и тоже выражение, замена показательного (логарифмического) уравнения равносильным уравнением, ОДЗ, расширение области определения уравнения, проверка полученных корней и возможной потери.

Перспектива: решение неравенств с одной переменной, системы и совокупности неравенств, иррациональные неравенства, неравенства с модулями.

3. Операционный анализ

Рассмотрите учебные (предметные, математические) действия, которыми должен овладеть учащийся после освоения темы, по следующим уровням:

1-й уровень: ключевые (базовые) учебные действия, которыми должен овладеть учащийся и в конце изучения темы выполнять их автоматически;

2-й уровень: всевозможные комбинации ключевых учебных действий, которыми должен овладеть учащийся;

3-й уровень: всевозможные комбинации, составленные из комбинаций низших уровней.

Для данной темы: 1 – разложение на множители, построение графиков функций, нахождение ОДЗ, равносильный переход, решение логарифмических и показательных уравнений, 2 – замена уравнения $h(f(x)) = h(g(x))$ на $f(x) = g(x)$ в общем случае, введение новой переменной, переход к равносильной системе уравнений; 3 – применение комбинации обобщенных методов решения уравнений.

4. Создание математической ситуации, являющейся проблемной.

Выберите конкретную математическую ситуацию, в которой задается совокупность взаимосвязанных математических объектов в неявном виде.

Формулировку той или иной математической ситуации начинать с таких слов, как: «Известно, что…», «Заданы равенства…», «Дана система уравнений…», «Функция обладает свойствами…», «Построены графики функций…» и т.п.

При прогнозировании конкретной ситуации в процессе создания равноуровневых задач-ситуаций необходимо учитывать соответствующий уровень учебных действий.

Примеры.

1 – уровень. Дано равенство $x^2 – 4x – 6 = \sqrt{x^2-8x+12}$.

2 – уровень. Дано равенство

$\sqrt{\frac{2x+3}{2x-1}} + \sqrt{\frac{2x-1}{2x+3}} = 4$.

3 – уровень. Даны уравнения:

а) $x^3 – 9x^2 + 20x = 0$,

б) $2^x = 6 – x$,

в) $\ln(2^x + 2^{1-x}) = \ln 3$.

г) $|x| = \sqrt[5]{x}$ и т.д.

5. Постановка цели (требование в задаче)

Определите вид задачи-ситуации в соответствии с этапом урока и ее дидактической целью *(распознавание)*:

– *прогностическая задача-ситуация* (ее цель – постановка проблемы, экспериментирование с выдвижением гипотезы, выбор цели и осуществление прогноза индивидуальной деятельности),

– *стратегическая задача-ситуация* (ее цель – планирование деятельности в процессе выполнения учащимися эксперимента, отбор информации, и ее интерпретация, выполнение математических операций согласно плану эксперимента),

– *проектная задача-ситуация* (ее цель – формулировка выводов эксперимента, поиск альтернативных путей решения и обозначение перспектив, представление результата и его значимости, самоконтроль).

Прогностическую задачу-ситуацию полезно использовать на этапе мотивации и актуализации опорных знаний, стратегическую – на этапе изучения нового материала, проектную – на этапе появление новообразований в сознании по изученному материалу.

6. Моделирование задачи-ситуации

В зависимости от выбранного вида задачи-ситуации определите конструктор для составления задачи с учетом уровня овладения учащимися учебными действиями. Формулировку учебных задач и вопросов желательно начинать словами: «Можно ли…», «Что можно найти…», «Как изменится…», «Как необходимо…» и т.п.

При составлении прогностической задачи-ситуации, можно использовать следующие учебные задачи и вопросы (здесь и далее они распределены по уровням овладения учащимися учебными действиями).

1-й. Что можно найти, исходя из предложенных данных: Верно ли, что известные алгоритмы не применимы в новых ситуациях? Можно ли утверждать, что предложенные задачи разбиты на группы по определенному признаку? Верно ли, что в последовательности объектов наблюдается некоторая закономерность?

2-й. Для каждой из предложенных задач выберите подходящее условие. Какими данными необходимо дополнить условия задачи, чтобы получить однозначное решение? Можно ли утверждать, что доказательство (метод решения) аналогичен предложенному выше? Как изменится результат решения задачи, если в уравнении изменить область допустимых значений переменной?

3-й. Сформулируйте подходящие вопросы к данному условию. Можно ли разбить задачи на группы по разным основаниям? Можно ли предложить ряд объектов (чисел, уравнений)? Связан ли научный материал, с ранее изученным материалом?

При составлении *стратегической задачи*-ситуации предлагаем использовать такие учебные задачи и вопросы:

1-й. Верно ли, что результат решения не зависит от изменения порядка выполнения действий? Верно ли, что предложенная схема (план, алгоритм решения), подходит для данной группы задач? Найдите в учебнике алгоритм (теоремы, свойства), применимые в данных условиях. Верно ли, что предложенная схема доказательства применима для новой теоремы?

2-й. Верно ли, что предложенное решение является нерациональным? Верно ли, что обратная (противоположная, обратная противоположной) теорема истинна? Можно ли утверждать, что применение изученной теоремы (свойства) упростит решение задачи? Составьте план решения задачи и проверьте его. Определите, можно ли использовать разработанный план для предложенных задач?

3-й. Можно ли из предложенных выражений составить верное равенство (тождество, неравенство)? Верно ли, что новый метод решения задачи основывается, на материале, изученном ранее? Определите, можно ли использовать предложенный алгоритм в новых условиях? Верно ли, что найдутся теоремы, по содержанию и структуре доказательства, связанными с данной теоремой?

При составлении *проектной задачи-ситуации* можно использовать такие учебные задачи и вопросы:

1-й. Можно ли утверждать, что данный компонент условия не влияет на решение задачи? Можно ли утверждать, что предложенный материал связан с ранее изученным. (Если да, то продемонстрируйте эту связь на схеме). Проанализируйте решение задачи и перечислите трудности, которые могут у вас возникнуть. Какие предпосылки в математике способствовали открытию данного факта? (Ответ оформите в виде доклада).

2-й. Можно ли утверждать, что все предложенные алгоритмы применимы для решения задачи? Можно ли утверждать, что, если изменить один из компонентов условия задачи, ход решения останется неизменным? Можно ли утверждать, что в решении задачи найдется ошибка. (Объясните причину ее возникновения). Верно ли, что открытие данного факта способствовало развитию науки и/или техники? (Ответ оформить в виде эссе).

3-й. Можно ли дополнить алгоритм, чтобы применить его в новых условиях? Можно ли утверждать, что найдутся альтернативные пути решения задачи? Верно ли, что предложенный метод решения задачи является единственным? Подготовьте тезисы, отражающие основное содержание темы.

Результат решения задачи-ситуации можно представить в любой удобной и наглядной форме: в виде текста, рисунка, схемы, графика и пр.

Приведем примеры моделирования задач-ситуаций разного типа.

Пример 1 (*прогностическая задача*). Дано равенство

$x^2 - 4x - 6 = \sqrt{x^2 - 8x + 12}$ (*)

*Какие задачи с таким условием можно сформулировать?

Возможные варианты:

1. Решить уравнение.

2. При каких значениях переменной x равны функции, содержащиеся в левой и правой частях равенства?

3. Сколько корней имеет уравнение?

4. Определите область допустимых значений переменной, входящей в равенство.

5. При каких значениях переменной равенство неверно?

*Можно ли утверждать, что все предложенные задачи решаются с помощью общих методов решения уравнений? Подготовьте устный ответ на этот вопрос.

Пример 2 (*стратегическая задача*). Дано уравнение

$$\sqrt{\frac{2x+3}{2x-1}} + \sqrt{\frac{2x-1}{2x+3}} = 4$$

* Составьте алгоритм решения данного уравнения и определите, можно ли его использовать для решения уравнений

а) $\sqrt{x} - 2 = 9/x$, б) $2^x x - 4x - 4 + 2^x = 0$, в) $(x^2 - 6x)^5 = (2x - 7)^5$.

*Можно ли утверждать, что для решения всех предложенных выше уравнений подходит один и тот же метод? Подтвердите свой ответ примерами.

*Найдите в учебнике различные методы решения уравнений и составьте алгоритм решения по каждому методу.

*Определите, применимы ли разработанные алгоритмы для решения уравнений

а) $\lg^2 x^2 + \lg 10x - 6 = 0$, б) $\sqrt{x^5} - 8\sqrt{x^3} - 18\sqrt{x} = 0$,

в) $10^{\log_2 (x-3)} \cdot 0.00001 = 0.1^{\log_2 (x-7)}$

7. Создание задачи-ситуации

*Полностью сформулируйте задачу и проверьте, удовлетворяет ли она следующим основным требованиям к ее конструированию.

1. Содержание задачи должно соответствовать объему и качеству усвоенной учащимися информации.
2. Задачи не должны быть «перегружены теорией», а ее решение – осложняться математическими выкладками.
3. Задача должна содержать совокупность математических объектов в неявном виде и предполагать элементы исследования.
4. Задача должна иметь различные формы представления.

1.3.3. Некоторые советы студентам, проходящим практику, и учителям по приемам решения нестандартных задач учащимися

Советы связаны с тем, что некоторые вопросы в школьной программе не изучаются, но их использование помогает решать нестандартные задачи. Такими советами можно воспользоваться на дополнительных занятиях с учащимися.

Совет 1. Если надо найти период тригонометрической функции, вид которой выражение, в котором функции представлены степенью, то сделать это проблематично. Снять проблему следует, преобразовав функцию к одной функции первой степени. Если это станет возможным, задача может быть решена.

Пример 1. Задача: Найти период функции $y = 4\cos^3 x - 3\cos x$.

А: Известно, что $\cos x$ имеет период 2π, но установить период данной функции проблематично. Имеем дело с проблемной ситуацией.

Д: Так как задача представляет проблемную ситуацию, то снять ее можно поисковой деятельностью, используя алгоритм творческой деятельности. То есть требуется решение задачи на 3-м уу.

Реш: Внимательно посмотрим на данную функцию, увидим, что если ее можно заменить на функцию $y = \cos x$, а период этой функции равен 2π, то задача будет решена. Таким образом, решение задачи сводится к решению другой задачи: заменить данную функцию на косинус некоторого (неизвестного) угла. Для решения воспользуется алгоритмом творческой деятельности (далее АТД).

Проблема: Отсутствие алгоритма решения задачи.

Проблемная задача: Найти способ (алгоритм) решения задачи.

Гипотеза: Воспользоваться представлением данной функции через косинус некоторого угла. Сделать это можно, если воспользоваться теорией комплексных чисел.

Решение (поиск, каждый шаг будем фиксировать, что позволит создать алгоритм):

1. Пусть $z = \cos x + i\sin x$ – тригонометрическая форма комплексного числа.

2. Так как у данной функции присутствует $\cos^3 x$, попробуем выразить эту функцию через $\cos 3x$.

3. Рассмотрим $z^3 = (\cos x + i\sin x)^3$ двумя способами: возведем в третью степень: 1) по правилу действия над комплексными числами в тригонометрической форме, 2) непосредственно как двучлен.

4. $z^3 = (\cos x + i\sin x)^3 = \cos 3x + i\sin 3x$; $z^3 = (\cos x + i\sin x)^3 = \cos^3 x + = (\cos^3 x - 3\cos x \sin^2 x) + (3\cos^2 x\, i\sin x - i\sin^3 x)$.

5. Приравняем действительные чисти полученных выражений:

$\cos 3x = \cos^3 x - 3\cos x \sin^2 x = \cos^3 x - 3\cos x\,(1 - \cos^2 x) = \cos^3 x - 3\cos x + 3\cos^3 x = 4\cos^3 x - 3\cos x = y$. Таким образом, получаем $y = 4\cos^3 x - 3\cos x = \cos 3x$.

6. Так как функции равны, то их периоды совпадают. $\cos x$ имеет период 2π, следовательно, $\cos 3x$ имеет период 6π, то есть такой же период у функции y.

Результат: Алгоритм решения создан (его шаги соответствуют шагам 1–6). Гипотеза оказалась верной. Задача решена, период данной функции равен 6π.

Рез: Проблему удалось снять, используя теорию комплексных чисел, а прием, который представлен 1–6, может быть взят за основу решения подобных задач.

Совет 2. Часто ученикам предлагаются задачи на установление простым или составным является данное число. В таких ситуациях надо вспомнить систематическую запись числа с помощью разрядных слагаемых. В более сложных ситуациях воспользоваться признаками делимости.

Пример 2. Задача: Как установить простым или составным является число 100…01, если между единицами стоит четное число нулей. (И хотя по содержанию задача относится к 5–6 классу, решить ее непросто).

А: Дано натуральное число 100…01. Обозначим его N = 100…01. Каким является это число, составным или простым?

Д: Так как число нулей неизвестно, то имеем дело с проблемной ситуацией, то есть с нестандартной задачей. Требуется применить для решения АТД – 3-й уровень познавательной мыслительной деятельности (далее ПМД).

Реш: *(поиск, протоколирование его шагов)*.

Проблема: Отсутствие способа решения задачи.

Проблемная задача: Создать алгоритм решения задачи.

Гипотеза: Если будет найден способ решения задачи, проблема будет снята. При поиске алгоритма будем фиксировать свои мыслительные шаги, что и даст алгоритм решения.

1. Вспомним систематическую (позиционную) запись числа с помощью разрядных слагаемых, тогда число N = 100..00 с *к* нулями можно записать $10^{к}$, где *к* – нечетное число нулей. Данное число можно записать

N = 100… 00 + 1, где после 1 стоит нечетное число нулей. Следовательно, число можно записать $10^{2п+1}+ 1$, где $к = 2n + 1$, n – натуральное число.

2. Получено число – сумма двух степеней с одинаковым нечетным показателем.

3. Вспомним, что «сумма двух степеней с одинаковым нечетным показателем делится на сумму оснований». (Хотя учащиеся этого знать не обязаны, но им известно, что сумма $(а^3 + в^3)$ делится на (а + в)).

4. Эту формулу можно обобщить для n = 5 и для любого нечетного показателя *к*: $а^к + в^к = а^{2п+1} + в^{2п+1}= (а + в)(а^{2п+1} – а^{2п} в + а^{2п–1} в^2 –…– а^2 в^{2п–1} – ав^{2п} + в^{2п+1})$, где а = 10, в = 1.

5. Из этой формулы видно, что а + в = 11 и поэтому данное число N делится на 11, следовательно, является составным. (Можно применить и свойство делимости на 11).

Результат. Так как найден алгоритм, с помощью которого задача решена, то гипотеза верна.

Рез: Найденный путь поиска решения алгоритма может быть использован для решения многих подобных задач.

Пример 3. Задача: Все числа от 1 до 100 возведены в 1001 степень и рассмотрена их сумма. Проверить является сумма простым или составным числом.

А: Рассматривается сумма $1^{1001} + 2^{1001} + … + 100^{1001}$. Требуется установить простое или составное это число.

Д: Так как способа решения нет, то это ситуация проблемная. Требует ПМД 3-го уровня усвоения и использование АТД.

Реш: (*поиск, протоколирование шагов поиска*).

Проблема: Отсутствие способа решения задачи.

Проблемная задача: Создать алгоритм решения задачи.

Гипотеза: Если будет найден способ решения задачи, то проблема будет снята. В поиске алгоритма, будем фиксировать свои мыслительные шаги, что и даст алгоритм решения.

1. Так как рассматриваются все натуральные числа от 1 до 100, то среди них половина четных и половина нечетных, 1, 3, …, 99 – нечетные, а 2, 2,… , 100 – четные. Чисел четных и нечетных одинаковое количество, а именно, 50.

2. Вспомним свойства: сумма четного и нечетного числа – нечетное число, а сумма двух нечетных – четное число, сумма двух и большего числа четных чисел – четное число. Воспользуемся этими свойствами.

3. Сумма 50-ти нечетных чисел дает 25 четных чисел.

4. Получаем, сумму 50 + 25 = 75 четных чисел.

5. Четное число в любой степени является числом четным, следовательно, рассматриваемая сумма является числом четным.

6. Данное число четное и оно больше 2, поэтому оно составное.

Р*езультат*. Так как рассмотренные свойства четных и нечетных чисел позволили решить задачу, можно утверждать примененный прием можно использовать для решения подобных задач. Гипотеза верна. Задача решена.

Рез: Рассмотренный алгоритм поиска решения может быть применен для решения других задача подобного типа.

Пример 4. Задача: Какое из чисел 35^{641}, 96^{514}, 81^{332}, 47^{173} при делении на 17 дает остаток 13?

А: Даны степени четырех чисел. Требуется установить, какое из них при делении на 17 дает остаток 13.

Д: Для решения воспользуемся теоремой Ферма. Так как алгоритм есть, то ПМД – 2-й уу, но возможно для учащихся и 3-й уу..

Реш:

1. 641, 514, 332, 173 разделили на 16, получили: 35^1, 96^2, 81^{12}, 47^{13}.

2. Далее при помощи сравнений: $35^1 \equiv 1$– отпадает, $96^2 \equiv (-6) \equiv (-6)^3 \equiv -36\cdot 6 \equiv -12 \equiv -5$ – не подходит, $81^{12} \equiv 1$ – отпадает. Следовательно, остается 4 – вариант.

Рез: Задача решена. Малая теорема Ферма часто используется при решении задач на нахождение остатков от деления.

Совет 4. Применение основной теоремы арифметики для решения задач.

Основная теорема арифметики: Всякое натуральное число, отличное от 1, единственным образом представляется в виде произведения степеней различных простых чисел. Такое разложение единственное. Однако, следует рассматривать «крайние случаи».

Пример 5. Задача: (следствие из теоремы): Если a^2 делится на $в^2$, то a делится на $в$. Как доказать?

А: Доказать утверждение, что если a^2 делится на $в^2$, то a делится на $в$.

Д: Применим определение делимости в целых числах. Так как алгоритм известен, то ПМД – 2-й уу.

Реш:

1. По основной теореме арифметики, все простые множители этих чисел в разложение входят в четной степени (так имеем дело с квадратами).

2. Применим теорему делимости, получим: $a^2 = кв^2$, учитывая (1 шаг), все простые множители в каноническом разложении $к$ также входят с четными показателями, следовательно, $к = n^2$.

3. Из равенства $a^2 = n^2в^2$ получаем $a = nв$, то есть a делится на $в$.

Рез: Задача решена. Используя эту теорему, можно доказать другие теоремы (свойства делимости). Например, 1) если a делится на $в$ и c, при этом $в$ и c взаимно простые, то a делится на $вс$; 2)критерий делимости: число a делится на число $в$ тогда и только тогда, когда все простые множители, входящие в разложение числа $в$, входят и в разложение числа a, причем с показателем степени, не меньшим чем в $в$; 3) из этой теоремы следует теорема о числе делителей числа: произведение $(\alpha_1 + 1)\ldots(\alpha_п + 1)$, где α – показатель простого числа, входящего в разложение a.

Дадим ряд упражнений по теме 1: *Делимость в кольце целых чисел. Деление с остатком. Свойства делимости.*

Требование (цель): Создать возможные алгоритмы решения упражнений.

1. Доказать, что числа $1585^2 – 1$ и $1589^{38} – 1$ является составными.

2. Доказать, что числа $648732^{38} – 3$ и $2964764^{38} + 55$ являются простыми.

3. Установить простым или составным является число
$1113^{11} + 3395^{33} + 5557^{55} + 7779^{77}$

4. Установить, что $2n^2 + 4n – 31$ ни при каком n не равно 0, где n число натуральное.

5. Установить, являются числа простыми или составными а)$59867^6 – 28952^8$; б) $40957^6 – 21596^9$, в) $555^{222} + 222^{555}$

Совет 5. Совет относится к терминологии в математике. Часто математики (в учебниках) одни и те же объекты называют по-разному, более того наблюдается рассогласование математических и логических рассуждений, во-первых. Во-вторых, нельзя отрицать, что встречается неоднозначность использования математического «языка». Так, математики не могут договориться об области определения функции $y = x^x$ и о том, считать число (– 1) корнем уравнения $x^x = -1$. Поэтому, очень важно в условии четко излагать позицию о терминах. То есть к терминологии надо относиться очень внимательно. В-третьих, часто при доказательстве утверждений следует обращать внимание на суть математики и логику рассуждений. Особенно это касается крайних случаев, где математическая и логическая ситуация становятся парадоксальными, особенно при решении задач с логической точки зрения.

Рассмотрим пример на арифметические действия над функциями.

Совет 6. Речь идет об оценках, которые также часто применяются при решении задач.

Например, $\sqrt{2} \leq 2$ – оценка сверху, $x \geq 0$ – оценка снизу. Такие термины удобны. Например, надо выяснить верность неравенства:
$\sqrt{17} - \sqrt{15} > 1$. Оценим первое слагаемое ($\sqrt{17} > 4$) сверху, а второе слагаемое ($\sqrt{15} < 4$) снизу. Получим. $\sqrt{17} - \sqrt{15} > 1$.

Совет 7. Признаки делимости и их применение при решении задач. Признаки делимости на 2, 3, 9, 4, 8, 11, 25, 7, 13 для натуральных чисел.

Число делится на 2, если оно оканчивается на четную цифру.

Число делится на 3 (на 9), если сумму цифр делится на 3 (на 9). Здесь важно знать, что остаток от деления суммы совпадает с остатком от деления на 3 (0, 1, 2), аналогично с 9 (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8).

Число делится на 4, если число, составленное из двух последних цифр, делится на 4.

Число делится на 8, если число, составленное из трех последних цифр, делится на 8.

Натуральное число делится на 11 тогда и только тогда, когда на 11 делится разность между суммой его цифр, стоящих на четных местах, и суммой его цифр, стоящих на нечетных местах.

Для проверки признака делимости на 7, число разбивается на тройки цифр. Рассмотрим на примере, пусть число n = 18 876 009 138 763 423. Разобьем его на тройки, считая 18 = 018. Заметим, что 1001 делится на 7. Теперь запишем число в десятичной системе счисления:

$n = 10^{15}\text{-}18 + 10^{12} \text{ - } 009 + 10^{9}\text{-}138 + 10^{6}\text{-}763 + 10^{3} \text{ -}423$. Рассмотрим сравнение степеней 10 с числами по модулю 7: – 1, +1, – 1, +1, – 1, то есть чередование с конца от – 1 и т.д., сложим тройки, умножив их на –1 и +1.

Так как число 1001 делится на 11, поэтому признак делимости на 7, 11, 13 одинаков.

1.4. Выводы по главе 1

Таким образом, в данной главе монографии были выявлены основы научно-исследовательской деятельности студентов, определен комплекс задач исследовательского характера, который можно использовать в процессе изучения дисциплин, связанных с алгеброй. Представлены таблицы для развития творческой способностей учащихся в процессе решения задач и проблемных ситуаций.

Предлагаемые материалы окажут помощь в научно-исследовательской деятельности как ученикам и студентам, учителям и педагогам, а также обучающимся в магистратуре и аспирантуре.

Библиографический список в главе 1

1. Байдан М. А. Научно-исследовательская работа студентов как средство формирования их творческой активности: дис. … канд. пед. наук. Одесса, 1985.
2. Лебедев А. А. УИР и УИРс // Вестник высшей школы. 1976. № 7.
3. Философия: учебник для высших учебных заведений. Ростов н/Д: Феникс, 1999. 576 с.
4. Там же.
5. Гессен С. И. Основы педагогики. Введение в прикладную философию. М.: Школа-пресс. 1995. 448 с.
6. Краевский В.В. Общие основы педагогики: учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений. 2-е изд., испр. М.: Изд. центр «Академия», 2005. 256 с.
7. Педагогика: Учебное пособие для студентов педагогических учебных заведений. М.: Школа-Пресс, 1997. 512 с.
8. Гершунский Б. С. Философско-методологические основы стратегии развития образования в России. М., 1993. 160 с.
9. Клиланд Д. Системный анализ и целевое управление / пер. с англ. М.: Сов. радио, 1974.
10. Гершунский Б. С. Философско-методологические основы стратегии развития образования в России. М., 1993. 160 с.
11. Педагогика: учебное пособие для студентов педагогических учебных заведений. М.: Школа-Пресс, 1997. 512 с.
12. Философия: учебник для высших учебных заведений. Ростов н/Д: Феникс, 1999. 576 с.
13. Лебедев, А. А. УИР и УИРс // Вестник высшей школы. 1976. № 7.
14. Новиков А. М. Методология образования. М.: Эгвес, 2002. 320 с.

15. Тхагажоев Х. Г. Проблемы педагогического образования // Педагогика. 1999. № 1.

16. Новиков А. М. Методология образования. М.: Эгвес, 2002. 320 с.

17. Дворянкина Е. К. Управление саморазвитием субъектной позиции в системе учения и самообразования студентов : учеб.-метод. пособие для студентов физ.-мат.фак. Хабаровск: Изд-во ДВГГУ, 2006. 265 с.

18. Ильина Т. А. Системно-структурный подход к организации обучения. М., 1972. С. 16.

19. Теоретические основы содержания общего и среднего образования. М.: Педагогика, 1983. 362 с.

20. Загвязинский В. И. Теория обучения: современная интерпретация: учеб. пособие для студентов высш. пед. учеб. заведений. М.: Академия, 2001. 192 с.

21. Сердобинцев В. Я. Научная работа студентов – одно из важнейших условий формирования мировоззрения и профессионального познания // Система учебно-воспитательной работы в педагогическом университете как условие совершенствования качества подготовки специалистов. Саратов, 1972. 92 с.

22. Исследование по общей теории систем. Сборник переводов / общ. ред. и вступит. статья В. Н. Садовского, Э. Г. Юдина. М., 1969. С. 23–82.

23. Карева Д. Ф., Дворянкина Е. К. Взаимодействие систем обучения и воспитания в вузовском образовании: монография. Хабаровск: Идз-во ХГПУ, 2003. 278 с.

24. Методы системного педагогического исследования: учеб. пособие / под ред. Н. В. Кузьминой. Л.: ЛГУ, 1980.

25. Приходько П. Ф. Азбука исследовательского труда. Новосибирск, 1995. 496 с.

26. Петров Ю. А. Азбука логического мышления. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1991. 104 с.

27. Ивлев Ю. В. Логика. Сборник упражнений: учебное пособие для вузов. М.: Книжный дом «Университет», 1998. 248 с.

28. Кириллов В. И., Старченко А. А. Логика: Учебник для юридических факультетов и институтов. М.: Юрист, 1995. 256 с.

ГЛАВА 2
ИНФОРМАЦИОННАЯ КОМПЕТЕНЦИЯ ЛИЧНОСТИ В ИНФОРМАЦИОННОМ ЦУНАМИ

Н. П. Табачук*

** Кандидат педагогических наук, доцент кафедры математики и информационных технологий.*
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Тихоокеанский государственный университет», г. Хабаровск

В настоящее время цифровой мир трансформирует жизнь и деятельность человека. Наблюдается тесная взаимосвязь реальности и виртуальности, которые, по мнению Г. Солдатова, Е. Зотова, М. Лебешева, В. Шляпников порождают в современности следующие явления: разнородность, сложность, пластичность, неоднозначность, подвижность, быстроту, парадоксальность и неопределенность, пришедшие на смену равновесию и устойчивости [1]. Их совокупность лежит в основе новой метафоры, определяющей текущий век как информационное цунами.

Цифровой мир как информационное цунами не только расширяет способы обмена информацией, где человеку нужно объяснить и предсказать дальнейшее развитие, выявить сильные и слабые стороны, пути социальных изменений, но и является параллельной Вселенной, созданной из Интернет-информации, в которой нужно учитывать то, как человек относится к этому миру, чего он хочет, к какому развитию готов, за что берет на себя ответственность, каковы его права и обязанности. Поэтому, говоря об информационной компетенции как личностной составляющей существования в цифровом мире, мы имеем в виду не только знания и навыки пользователя, но также его мотивацию и ответственность в цифровом обществе.

В цифровом обществе обретает глобальный и всеохватывающий характер Интернет, его проникновение в разные сферы жизни человека требует проявления информационной компетенции в разных видах деятельности. Использование Интернета для «трансфера знаний и технологий», общения, поиска, скачивания и создания контента, решения технических проблем, покупок и платежей – все это разные возможности и, соответственно, разные ресурсы и компетенции личности.

Принимая концепцию И. А. Зимней, мы пришли к выводу о том, что компетенции являются «потенциальными, сокрытыми новообразованиями: знаниями, представлениями, системами ценностей и отношений, которые выявляются в компетентностях», а компетентность понимается как «знание в действии» [2].

Рассмотрим информационную компетенцию личности в информационном цунами как сложный комплексный феномен, определяющий жизнедеятельность человека в цифровом обществе.

Как комплексный феномен она включает в себя следующие слагаемые: знания, умения, мотивацию и ответственность, связанные с поиском, пониманием, организацией, архивированием цифровой информации и ее критическим осмыслением, а также с созданием информационных объектов с использованием цифровых ресурсов (текстовых, изобразительных, аудио и видео); необходимые для различных форм коммуникации (электронная почта, чаты, блоги, форумы, социальные сети и др.), совершаемых с различными целями; позволяющие эффективно и безопасно использовать технические и программные средства для решения различных задач, в том числе использования компьютерных сетей, облачных сервисов; позволяющие решать с помощью цифровых устройств и Интернета различные повседневные задачи, связанные с конкретными жизненными ситуациями, предполагающими удовлетворение различных потребностей.

Мотивационный компонент предполагает формирование осмысленной потребности в информационной компетенции как основы адекватной цифровой активности, дополняющей жизнедеятельность человека.

Компонент ответственности включает, помимо обозначенных выше, компетенции по онлайн-безопасности: умения и навыки обеспечения безопасности во время коммуникации и при работе с информацией в Интернете, обеспечения безопасности в решении задач, связанных с потреблением, посредством Интернета, а также технической безопасности.

Таким образом, информационная компетенция личности в информационном цунами – это не только сумма общепользовательских и профессиональных знаний и умений, которые представлены в различных моделях ИКТ-компетентности, но и мотивация на эффективную деятельность и личное отношение к ней, основанное на чувстве ответственности.

Г. Солдатова, Е. Зотова, М. Лебешева, В. Шляпников выделяют четыре сферы жизнедеятельности человека, в которых в полной мере проявляются и возможности, и риски Интернет-пространства. Данные сферы в цифровом мире как информационном цунами играют важную роль. Это информационная среда (создание, поиск, отбор, критическая оценка контента), сфера коммуникации (создание, развитие, поддержание отношений, самопрезентация, идентичность, репутация), сфера потребления (использование Интернета в потребительских целях: заказы, услуги, покупки и др.) и техносфера (владение компьютером и программным обеспечением и в первую очередь техническая безопасность) [3].

Каждая из четырех сфер оказывает влияние на развитие слагаемых информационной компетенции личности в положительную и отрицательную стороны, с которыми связаны возможности и риски.

Приобретаемыми положительными атрибутами существования в данных сферах для личности будут являться способности и готовность критически мыслить, осуществляя фильтрацию информации в соответствии с профессиональной задачей, выстраивать коммуникации на основе уважения к достоинству другого человека и самоуважения, идентифицировать себя в реальном и виртуальном пространстве, использовать Интернет для удовлетворения потребительских целей, осваивать новые современные инфокоммуникационные технологии с целью саморазвития и повышения уровня образованности, проявлять ответственность в процессе работы с информацией, ее предоставлением и использованием.

С отрицательной стороны данные сферы жизнедеятельности человека порождают Интернет-риски. Приведем классификацию интернет-рисков, представленную авторами Г. Солдатовой, Е. Зотовой, М. Лебешевой, В. Шляпниковым в книге «Интернет: возможности, компетенции, безопасность». Интернет-риски делятся на контентные, коммуникационные, потребительские, технические [4].

В развитии информационной компетенции студентов контентные риски можно связать с появлением интернет-фейков (поддельной, копирующей, искусственно созданной информации). Одной из составляющих информационной компетенции личности является способность использовать Интернет безопасно и критично. С появлением интернет-фейков следует увеличение у студентов ответственности за результат учебной деятельности, рост потребности мыслить критически. Контентные риски так же связывают с использованием в сети противозаконной и вредоносной информации. Данные контенты порождают образовательном процессе действия субъектов в плане фильтрации материалов сети: текстов, картинок, ссылок на разные ресурсы [5].

Коммуникационные риски в развитии информационной компетенции студентов возникают в процессе общения и межличностного взаимодействия субъектов образовательного процесса в Интернете. В сетевых сообществах, при использовании дистанционных технологий и социальных сетей в образовании возможно такое явление как кибербуллинг как угроза через электронную коммуникацию. В связи с этим в процессе развития информационной компетенции студентов необходимо знакомить с данными рисками и обращать внимание на развитие сетевого этикета у субъектов образовательного процесса без травли и угроз [6].

Говоря об информационной компетенции личности, мы имеем в виду не только навыки работы с информацией как категорией информационного права и навыки пользователя, но также ее ответственность.

С ответственностью как компонентом информационной компетенции личности связано понимание прав и обязанностей человека, правил поведения в цифровом мире. Вопросы, связанные с ответственностью, напрямую соотносятся с проблемой безопасности услуг, получаемых через Интернет (хищение, фальсификация, мошенничество, хакерство), которые описывают потребительские и технические риски.

Эффективное использование всех возможностей цифрового мира как информационного цунами для обучения и самообразования возможно лишь в сочетании со стремлением минимизировать перечисленные Интернет-риски. В развитии информационной компетенции личности важно обращать внимание на проявления интернет-активности и предвидеть интернет-риски.

Таким образом, информационная компетенция в информационном цунами приобретает характер ярко выраженной и необходимой способности личности для существования в цифровой культуре и цифровом мире.

2.1. Феномен «клипового мышления» в развитии информационной компетенции студентов

В современных научных исследованиях [7, 8, 9] поднимается вопрос о влиянии феномена «клипового мышления» на человека и процесс его развития.

В исследованиях В. В. Тарасенко отмечается специфика самоорганизации мира медиа, мира «кнопочной культуры». Он ввел термин «Человек Кликающий», обозначающий жителя мира медиа, в противоположность «Человеку Читающему» – человеку мира библиотек [10].

«Человек Кликающий» знаменует собой переход от способов понимания в культурных практиках чтения бумажного текста к способам понимания в культурных практиках освоения медийных взаимодействий. Своим взаимодействием «Человек Кликающий» меняет мир, изменившийся мир меняет «Человека Кликающего». «Человек Кликающий» как макроструктура – самоорганизующаяся совокупность ссылок и линков [11].

В работе М. П. Корнеевой так же уделяется внимание феномену «Человека Кликающего». Она отмечает, что он конструирует свой собственный мир и себя самого посредством «мыши», открывая страницу за страницей, заходя на тот или иной сайт, обмениваясь информацией в чатах и e-mail. «Человек Кликающий» является субъектом «кнопочной культуры» [12]. В рамках «кнопочной культуры» знание поступает «из окон».

Знание «из окон» – знание обрывочное и фрагментарное, и только от человека, от его мыслительных способностей, от умения разделять полученную информацию на важное и неважное зависит то, каким он будет видеть этот мир, как осознавать его и что будет делать в дальнейшем.

Г. Солдатова, Е. Зотова, М. Лебешева, В. Шляпников отмечают, что формирование «клипового мышления» началось задолго до Интернета – как только у телевизора появилось большое количество каналов и возможность их переключать. Оно построено на визуальных образах, а не на логике и текстовых ассоциациях, и предполагает переработку информации короткими порциями. Феномен «клипового мышления» – признак того, что переживается важнейший момент в нашей интеллектуальной и культурной истории – момент перехода от одной модели мышления – линейной, к другой – сетевой [13].

В студенчестве данный феномен ярко проявляется в процессе обучения и развития профессиональных компетенций, одной из которых является информационная. В мире «кнопочной культуры» феномен «клипового мышления» оказывает положительное и отрицательное влияние на процесс развития информационной компетенции студентов.

При рассмотрении положительных сторон влияния феномена «клипового мышления» на развитие информационной компетенции студентов следует отметить, что он защищает от избыточности информации, развивает многозадачность и способность осуществлять качественную навигацию по информационно-коммуникационным технологиям, повышает скорость реагирования на происходящее.

Феномен многозадачности характерен для сегодняшних студентов как представителей цифрового поколения. Эффективность многозадачности связана со скоростью, с которой определенный участок коры головного мозга обрабатывает информацию, что позволяет планировать и реализовывать одновременно большое количество задач и заданий [14].

Выделяя отрицательное влияние на процесс развития информационной компетенции студентов феномена «клипового мышления», следует отметить, что он связан с формированием у студентов потока «сумбурных сообщений», а не изложения связанных идей. У студентов формируется другое запоминание, другая память, другие механизмы удержания информации. Память становится не только «неглубокой», но и «короткой» («клиповое мышление») [15]. Так же отрицательным аспектом феномена «клипового мышления» является возможный выбор студентом «пути интерголика» [16], который может «зависнуть» между реальностью и виртуальностью, что приводит к потере чувства реальности.

Исследуемый феномен оказывает отрицательное влияние на формирование способности к анализу поступающей информации, что приводит к потере смыслов в формировании образовательного контента, он порождает процесс использования манипулятивных технологий в сетевом взаимодействии.

Готовность личности к сетевому взаимодействию, навыки деятельности по отношению к информации, способность порождать и поддерживать онлайн контент как самостоятельный и активный субъект, способность осуществлять качественную навигацию по информационно-коммуникационным технологиям есть составляющие информационной компетенции студентов [17].

Информационная компетенция есть часть информационной культуры личности и тогда в процессе развития личности студента необходимо уделять внимание не «кнопочной культуре», а информационной культуре личности. Как отмечает Н. А. Шулика, овладевая информационной культурой, студенты выступают не как обычные пользователи со знанием «из окон», а как субъекты информационного взаимодействия, способные к изменению самого себя и среды [18]. Самоизменение и саморазвитие информационной компетенции личности студента связано с проявлением интернет-активности и субъективного благополучия. Интернет-активность личности образует информационное поле, где на внутренний и внешний план деятельности выходит субъективное благополучие [19]. В связи с этим в процессе развития информационной компетенции студентов и в проявлении их интернет-активности необходимо уделять внимание не взращиванию «клипового мышления», а субъективной и мотивационной составляющим личности.

Вслед за А. Е. Поличкой, М. А. Кисляковой [20] мы отмечаем необходимость трансформации содержания образования и выделения педагогического, информационного и мотивационного потенциала формирования содержания учебных дисциплин, способствующих развитию информационной компетенции студентов, а не ориентированных на формирование «клипового мышления».

Педагогический потенциал формирования содержания учебных дисциплин заключается в аккумуляции личностных ресурсов студентов (образцов поведения, знаний, установок, отношений, образующих форм трансляции субъектного опыта). Информационный потенциал включает многообразие знаний у студентов о собственных возможностях понимания смысла и сущности информации, информационных процессов, основ информатики, места и роли информационных технологий в учебной и профессиональной деятельности. Мотивационный потенциал раскрывает отношение студентов к развитию информационной компетенции, наличие у них потребности в ее саморазвитии, а также их мотивация к качественной, продуктивной работе с информацией.

Таким образом, выявлено положительное и отрицательное влияние феномена «клипового мышления» на процесс развития информационной компетенции студентов. Феномен «клипового мышления» есть реальность, в связи с этим необходимо поддерживать и развивать у студентов, то положительное, что он в себе несет и минимизировать его отрицательное влияние путем выделения и использования педагогического, информационного и мотивационного потенциала формирования содержания учебных дисциплин.

2.2. Интернет-активность и интернет-риски в развитии информационной компетенции студентов

Многие ученые отмечают, что Интернет-среда и цифровой мир трансформируют жизнедеятельность личности. В сфере образования данная трансформация связана с атрибуциями современности, к которым такие авторы как Г. Солдатова, Е. Зотова, М. Лебешева, В. Шляпников относят разнородность, сложность, пластичность, неоднозначность, подвижность, быстроту, парадоксальность и неопределенность, пришедшие на смену равновесию и устойчивости [21]. Эти атрибуции влияют на организацию образовательного процесса в Вузе и на цифровое общество в целом. Рассматривая их совокупность можно утверждать, что они характеризуют и Интернет-среду с ее позитивными и негативными сторонами.

Интернет на сегодняшний день есть фактор, определяющий новый способ жизни. Аудитория Интернета стремительно растет. Интернет для студенческой аудитории инструмент для работы с информацией, средство коммуникации и оперирования финансами. В образовательном пространстве Интернет-среда выступает как движитель развития информационной компетенции студентов и проявления их интернет-активности.

Интернет-активность как характеристика личности современного студента связана с формированием себя в виртуальном пространстве как активного субъекта, со стремлением к публичности как условием относительной самостоятельности и независимости, со степенью самопрезентации, с легкостью осуществления межличностных контактов.

В тоже время чрезмерная интернет-активность запускает такие явления как комформность, процессы стереотипизирования, деперсонализацию, желание манипулировать другими, чрезмерное проявление публичности, отчужденность от реального мира.

Как отмечают И. Р. Сушков и Н. С. Козлова, Интернет превращается в этом случае в некоторый «суррогат социальной среды», а интернет-среда становится доминирующей в плане коммуникаций личности и воспринимается личностью как более эффективная и комфортная [22].

Интернет-активность выступает гранью между существованием человека в реальности и виртуальности, где если эта грань нарушена, то чрезмерная интернет-активность перерастает в интернет-зависимость. И тогда в образовательном процессе важно обозначать такие интернет-риски в виртуальном пространстве. Под интернет-рисками будем понимать механизмы, запускающие в Интернет-среде процессы перехода от интернет-активности к интернет-зависимости и потере чувства реальности.

Приведем классификацию интернет-рисков, представленную авторами Г. Солдатовой, Е. Зотовой, М. Лебешевой, В. Шляпниковым в книге «Интернет: возможности, компетенции, безопасность» [23]. Интернет-риски делятся на контентные, коммуникационные, потребительские, технические [24].

В развитии информационной компетенции студентов контентные риски можно связать с появлением интернет-фейков (поддельной, копирующей, искусственно созданной информации). Одной из составляющих информационной компетенции личности является способность использовать Интернет безопасно и критично. С появлением интернет-фейков следует увеличение у студентов ответственности за результат учебной деятельности, рост потребности мыслить критически. Контентные риски так же связывают с использованием в сети противозаконной и вредоносной информации. Данные контенты порождают образовательном процессе действия субъектов в плане фильтрации материалов сети: текстов, картинок, ссылок на разные ресурсы.

Коммуникационные риски в развитии информационной компетенции студентов возникают в процессе общения и межличностного взаимодействия субъектов образовательного процесса в Интернете. В сетевых сообществах, при использовании дистанционных технологий и социальных сетей в образовании возможно такое явление как кибербуллинг как угроза через электронную коммуникацию. В связи с этим в процессе развития информационной компетенции студентов необходимо знакомить с данными рисками и обращать внимание на развитие сетевого этикета у субъектов образовательного процесса без травли и угроз.

Говоря об информационной компетенции личности, мы имеем в виду не только навыки работы с информацией как категорией информационного права и навыки пользователя, но также ее ответственность.

С ответственностью как компонентом информационной компетенции личности связано понимание прав и обязанностей человека, правил поведения в цифровом мире. Вопросы, связанные с ответственностью, напрямую соотносятся с проблемой безопасности услуг, получаемых через Интернет (хищение, фальсификация, мошенничество, хакерство), которые описывают потребительские и технические риски.

Эффективное использование всех возможностей Интернет для обучения и самообразования возможно лишь в сочетании со стремлением минимизировать перечисленные Интернет-риски. В развитии информационной компетенции студентов важно обращать внимание на проявления интернет-активности и предвидеть интернет-риски. Для этого необходимо увеличение у студентов самостоятельности и ответственности за результат образовательной деятельности; формирование осмысленной потребности в информационной компетенции как основы адекватной Интернет-активности, дополняющей жизнедеятельность человека; формирование готовности студента не только самостоятельно осваивать новые информационные технологии, оценивать их возможности и риски, но и быть готовым к восприятию возрастающего темпа изменений цифрового общества; развитие самооценки как расширения поля для достижения учебных результатов; обучение студентов с учетом «индивидуальных учебных стилей» в русле компетентностного подхода. Как отмечает Л. О. Сельверова, индивидуальный учебный стиль есть сочетание характерных познавательных факторов, вырабатываемых под влиянием существующего познавательного стиля, характеризует его ответные действия на конкретную учебную ситуацию и влияет на выбор соответствующих технологий обучения, тем самым, повышая эффективность овладения профессиональными компетенциями [25].

Таким образом, Интернет-активность личности и Интернет-риски оказывают позитивное и негативное влияние на развитие информационной компетенции студентов и образование в целом. Мы согласны с Г. Солдатовой, Е. Зотовой, М. Лебешевой, В. Шляпниковым, что в учебные модули образовательного процесса необходимо включать следующую тематику: «О личной безопасности в Интернет», «Сетевой этикет», «Этика сетевого общения», «Информационная безопасность сетевой технологии работы». Данная тематика обеспечивает развитие «индивидуального учебного стиля» при работе в сети Интернет.

2.3. Интернет-фейки и их влияние на развитие информационной компетенции личности

На сегодняшний день появилось множеством новых слов и понятий, связанных с интернетом и социальными сетями. Одним из них является слово «фейк», которое используется не только в Интернете, но и в реальной жизни. Интернет-фейки есть распространенный элемент Интернет-сленга. Интернет-фейки есть обман, подделка, искусственно созданная информация. Они оказывают влияние на развитие информационной компетенции личности и на качество образования.

Определенный уровень развития информационной компетенции личности проявляется в ее Интернет-активности. Интернет-активность есть часть повседневной культуры человека цифрового общества.

Чрезмерная интернет-активность, проявляемая личностью, запускает механизмы создания Интернет-фейков.

Мотивы создания личностью фейков в образовательной деятельности могут быть различными, что оказывает положительное и отрицательное влияние на развитие ее информационной компетенции и на качество образования в целом.

Среди мотивов деятельности по созданию Интернет-фейков студентами выделим приобретение популярности в образовательной интернет-среде, создание имиджа, самоутверждение и самопрезентация, ментальный комфорт (настрой субъекта), социальная реализация.

Создание Интернет-фейков личностью с отрицательной стороны порождает деперсонализацию как желание сохранить инкогнито в сети, ментальный конфликт, характеризующийся состоянием фрустрации и нерешительности, являющийся следствием неспособности индивида к действию из-за боязни усилить неблагоприятные последствия [26].

Такой аспект управления качеством образования, как управление Интернет-фейками и Интернет-рисками в образовательной деятельности заслуживает особого внимания.

Распространение Интернет-фейков вызывает появление Интернет-рисков в образовательной деятельности, влияющих на качество образования.

Под интернет-рисками будем понимать механизмы, запускающие в Интернет-среде процессы перехода от интернет-активности к интернет-зависимости и потере чувства реальности.

К ситуациям Интернет-рисков в образовательной деятельности можно отнести: распространение Интернет-фейков, проявление феномена клипового мышления, использование в сети противозаконной и вредоносной информации, кибербуллинг как угроза через электронную коммуникацию, пристрастие к виртуальному общению, навязчивый веб-серфинг – бесконечные путешествия по всемирной паутине, поиск информации и др.

Как отмечает Е. И. Варченко, характеризуя риски образовательной деятельности, целью управления рисками является установление пределов (критериев) допустимого риска и определение механизмов удержания ситуации в этих пределах [27].

В связи с этим в управлении качеством образования необходимо минимизировать Интернет-риски. Такая деятельность направлена на развитие у личности в образовательном процессе одной из составляющих информационной компетенции как способность использовать Интернет безопасно и критично, особо выделенную Н. А. Шуликой, Н. П. Табачук, В. А. Казинцом [28].

С появлением Интернет-фейков следует увеличение у личности ответственности за результат учебной деятельности, рост потребности мыслить критически.

Для повышения качества образования важно в развитии информационной компетенции студентов акцентировать внимание на переходе от иллюзии активности к реальному ее проявлению в учебной деятельности.

Иллюзия активности как особенность коммуникации в Интернете, выделяемая Г. Солдатовой, Е. Зотовым, М. Лебешевой, В. Шляпниковым, есть иллюзия насыщенности интеллектуальной и коммуникативной жизни индивида на фоне длительного времяпровождения в сети [29]. Они отмечают, что необходимо менять критерии активности социальной жизни, которыми на сегодняшний момент становятся формы пассивного онлайн-общения: отслеживание изменений информации на странице, общение в сети, комментирование получаемой информации, распространение Интернет-фейков и др. [30].

Интернет-активность как составляющая цифровой культуры общества должна быть направлена на формирование осмысленной потребности в развитии информационной компетенции; на формирование готовности студента не только самостоятельно осваивать новые информационные технологии, оценивать их возможности и риски, но и быть готовым к восприятию возрастающего темпа изменений данного общества и его трансграничности.

Как отмечают Г. Солдатова, Е. Зотов, М. Лебешева, В. Шляпников, трансграничность как свойство сети Интернет позволяет размывать границы и общаться вне зависимости от языка, культуры, социального статуса [31]. Именно трансграничность, с одной стороны, является фактором приобретения популярности в образовательной интернет-среде, с другой стороны, способствует развитию ментальных конфликтов как отрицательной стороны влияния Интернета и порождения Интернет-фейков, влияющих на качество образования.

Таким образом, для минимизации Интернет-рисков и порождения Интернет-фейков необходимо в развитии информационной компетенции личности обращаться к созданию потенциалов для проявления студентами ответственности за полученные результаты учебной деятельности, способности использовать Интернет безопасно и критично, осуществлять адекватную Интернет-активность, дополняющую жизнедеятельность личности, а не являющуюся ее основой.

2.4. Выводы по главе 2

В монографии обращено внимание на сложный комплексный феномен, определяющий жизнедеятельность человека в цифровом обществе, такой как информационная компетенция личности. Были рассмотрены слагаемые информационной компетенции и компетентности личности. Были указаны положительные и отрицательные стороны существования личности в цифровом мире как информационном цунами и их влияние на развитие информационной компетенции.

Рассмотрена сущность феномена «клиповое мышление» и его влияние на развитие информационной компетенции студентов. Описаны современные исследования мира «кнопочной культуры» и «Человека Кликающего» в нем и обладающего «клиповым мышлением». В мире «кнопочной культуры» феномен «клипового мышления» оказывает положительное и отрицательное влияние на процесс развития информационной компетенции студентов. Феномен «клипового мышления» защищает от избыточности информации, развивает многозадачность и в тоже время оказывает отрицательное влияние на формирование способности к анализу поступающей информации, порождает процесс использования манипулятивных технологий в сетевом взаимодействии. Готовность личности к сетевому взаимодействию, навыки деятельности по отношению к информации, способность порождать и поддерживать онлайн контент как самостоятельный и активный субъект есть составляющие информационной компетенции студентов.

Был представлен анализ влияния интернет-среды на личность студента: раскрываются как позитивные, так и негативные стороны влияния Интернета на развитие информационной компетенции студентов. Рассмотрены такие процессы, как стремление к интернет-активности, возникновение интернет-рисков, проявляющиеся и реализуемые студентом в виртуальном мире. Сделано заключение о том, что указанные аспекты интернет-активности и интернет-рисков, взаимопроникая и взаимообусловливая друг друга, имеют свою специфику, определяя интернет-среду как особую сферу жизнедеятельности человека.

В монографии рассмотрено влияние Интернет-фейков на развитие информационной компетенции личности и на качество образования в целом. Указаны мотивы создания Интернет-фейков личностью в образовательной деятельности. Показана связь Интернет-фейков и Интернет-рисков, влияющих на управление качеством образования.

Библиографические ссылки к главе 2

1. Солдатова Г., Зотова Е., Лебешева М. и др. Интернет: возможности, компетенции, безопасность: методическое пособие для работников системы общего образования. М.: Google, 2013. 165 с.
2. Табачук Н. П. Развитие информационной компетенции студентов в образовательном процессе гуманитарного вуза: дис. … канд. пед. наук. Хабаровск, 2009.

3. Солдатова Г., Зотова Е., Лебешева М. и др. Интернет: возможности, компетенции, безопасность: методическое пособие для работников системы общего образования. М.: Google, 2013. 165 с.

4. Там же.

5. Табачук Н. П. Интернет-активность и интернет-риски в развитии информационной компетенции студентов // Инновации в науке и образовании: материалы VIII Международной научно-практической конференции (Новосибирск, 17 ноября 2017 г.). Новосибирск: ООО «ЦСРНИ», 2017. С. 80–85.

6. Там же.

7. Корнеева М. П. Человек эпохи Интернета // Открытое образование . № 3. 2006. С. 58–67. URL: https://cyberleninka.ru/article/v/chelovek-epohi-interneta (дата обращения: 17.02.2018).

8. Солдатова Г., Зотова Е., Лебешева М. и др. Интернет: возможности, компетенции, безопасность: методическое пособие для работников системы общего образования. М.: Google, 2013. 165 с.

9. Тарасенко В. В. Человек кликающий: фрактальные метаморфозы. URL: http://emag.iis.ru/arc/infosoc/emag.nsf/BPA/81ab34a63ee862c3c32568b100402341 (дата обращения: 24.09.2017).

10. Там же.

11. Там же.

12. Корнеева М. П. Человек эпохи Интернета // Открытое образование . № 3. 2006. С. 58–67. URL: https://cyberleninka.ru/article/v/chelovek-epohi-interneta (дата обращения: 17.02.2018).

13. Солдатова Г., Зотова Е., Лебешева М. и др. Интернет: возможности, компетенции, безопасность: методическое пособие для работников системы общего образования. М.: Google, 2013. 165 с.

14. Там же.

15. Там же.

16. Корнеева М. П. Человек эпохи Интернета // Открытое образование . №3. 2006. С. 58–67. URL: https://cyberleninka.ru/article/v/chelovek-epohi-interneta (дата обращения: 24.09.2017).

17. Табачук Н. П. Информационная компетенция личности как субъекта деятельности // Научно-педагогическое обозрение. Pedagogical Review. №3 (17). 2017. С. 40–44. URL: http://npo.tspu.edu.ru/archive.html?year=2017&issue=3&article_id=6542 (дата обращения 17.01.2018).

18. Шулика Н. А. Развитие информационной культуры личности студента как субъекта информационного взаимодействия // Вестник Томского государственного педагогического университета (Tomsk State Pedagogical University Bulletin). Вып. 1 (166). 2016. С. 98–104. URL:

https://vestnik.tspu.edu.ru/files/vestnik/PDF/articles/shulika_n._a._98_104_1_166_2016.pdf (дата обращения: 17.02.2018).

19. Табачук Н. П. «Креативное ментальное поле» и информационная компетенция личности в структуре индивидуальности // Научное обозрение: гуманитарные исследования. № 12. 2016. С. 20–25. URL: https://www.sced.ru/ru/scientific-journals/science-review-humanities-research/archive/content/nauchnoe-obozrenie-gumanitarnye-issledovaniya-12-2016 (дата обращения: 01.10.2017).

20. Поличка А. Е., Кислякова М. А. Принципы отбора содержания обучения бакалавров для реализации педагогического потенциала математических дисциплин // Сибирский педагогический журнал. № 3. 2017. С. 71–74. URL: http://sp-journal.ru/article/2277 (дата обращения: 17.01.2018).

21. Солдатова Г., Зотова Е., Лебешева М. и др. Интернет: возможности, компетенции, безопасность: методическое пособие для работников системы общего образования. М.: Google, 2013. 165 с.

22. Сушков И. Р., Козлова Н. С. Интернет-активность как проявление потребности личности в коллективном субъекте // Психологический журнал. 2015. Т. 36. № 5. С. 75–83.

23. Солдатова Г., Зотова Е., Лебешева М. и др. Интернет: возможности, компетенции, безопасность: методическое пособие для работников системы общего образования. М.: Google, 2013. 165 с.

24. Там же.

25. Сельверова Л. О. Учет индивидуального учебного стиля студентов в обучении иностранным языкам на основе компетентностного подхода: дис. … канд. пед. наук. Улан-Удэ, 2010. 167 с.

26. Энциклопедический словарь [Электронный ресурс]. URL: http://www.slovochel.ru/kon-mentalnii.htm (дата обращения: 11.12.2017).

27. Варченко Е. И. Управление качеством образования в образовательном учреждении // Молодой ученый. 2013. № 3. С. 471–474. URL: https://moluch.ru/archive/50/6384/ (дата обращения: 13.12.2017).

28. Шулика Н. А. Современные тенденции развития информационной культуры личности студента: [монография] / Н. А. Шулика, Н. П. Табачук, В. А. Казинец; [науч. ред. И. А. Ледовских]. Хабаровск: Изд-во Тихоокеан. гос. ун-та, 2017. 160 с.

29. Солдатова Г., Зотова Е., Лебешева М. и др. Интернет: возможности, компетенции, безопасность: методическое пособие для работников системы общего образования. М.: Google, 2013. 165 с.

30. Там же.

31. Там же.

ГЛАВА 3
ОРГАНИЗАЦИЯ ПЕДАГОГИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ПОДГОТОВКИ КАДРОВ ИНФОРМАТИЗАЦИИ РЕГИОНАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ОБРАЗОВАНИЯ

А. Е. Поличка*

** Доктор педагогических наук, профессор кафедры математики и информационных технологий.*

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Тихоокеанский государственный университет», г. Хабаровск

Исследование научно-методических подходов в подготовке кадров информатизации системы образования было связано с выявлением эффективного варианта организации такой подготовки кадров. Основой этого выбрана деятельность на уровнях региональных систем образования. Это привело к рассмотрению в организации педагогического обеспечения подготовки кадров информатизации региональной системы образования (ПКИРСО). Логика данной работы представлена последовательностью этапов исследования понятий: ***«информатизация региональной системы образования –*** *подготовка кадров информатизации образования – педагогическая практика – практическая деятельность педагогических работников – педагогическое обеспечение – моделирование – структурная модель процесса педагогического обеспечения подготовки кадров информатизации образования – развитие способности педагогических работников к гибкому выбору элементов методической системы обучения (МСО) в условиях информационно-образовательной среды (ИОС) – инновационная деятельность – организация педагогического обеспечения подготовки кадров информатизации образования».*

Рассмотрим комплекс вопросов:

1. Подготовка кадров информатизации образования в структуре информатизации региональной системы образования.
2. Понятие педагогического обеспечения подготовки кадров.
3. Развитие способности педагогических работников гибкому выбору элементов МСО в условиях ИОС.
4. Необходимость описания и использования региональных условий для повышения эффективности информатизации системы образования.
5. Вариант трактовки организации педагогического обеспечения подготовки кадров информатизации региональной системы образования.
6. Организация педагогического обеспечения подготовки кадров.

3.1. Подготовка кадров информатизации образования в структуре информатизации региональной системы образования

В связи с рассмотрением отношения ***«информатизация региональной системы образования – подготовка кадров информатизации образования»*** нами описано место подготовки кадров информатизации образования в структуре информатизации региональной системы образования, представленного в данном разделе. Выделена следующая иерархия основных понятий.

В начале во множестве подходов описания ***информатизации образования*** рассмотрен специальный вариант ее трактовки. Именно существенные преобразования сферы образования, в частности и на основе стремительного развития многообразных средств информационных, компьютерных, инновационных и коммуникационных технологий, меняют представления и трактовки понятия и смысла сути информатизации образования. В настоящее время на основе обобщений опыта реализации как отечественных, так и зарубежных практиков и исследователей существенным является полученное научной педагогической школой академика И. В. Роберт [1] представление ***информатизации образования*** как процесса, специально целенаправленного и обеспечивающего сферу образования необходимой методологией; теорией; технологией; практикой, направленными на деятельность по разработке и оптимальному использованию ***средств информационных и коммуникационных технологий*** (ИКТ). Особенностью этого процесса должна стать ориентировка на реализацию целей обучения конкретного человека, его развитие, включающее подсистемы обучения и воспитания.

Наш анализ опыта регионов Дальневосточного федерального округа на основе нормативных документов позволил выделить практические особенности ***информатизации образования (ИО)*** [2–5] и в связи с этим характеризовать это понятие в виде процесса создания специальных условий, обеспечивающих:

- целенаправленное формирование информационной среды;
- внедрение новых информационных технологий в деятельность субъектов сферы образования;
- подготовку молодых людей к использованию компьютеров в реальной жизни;
- необходимость обеспечения образовательных учреждений и органов управления образованием соответствующими средствами информатизации;
- в виде информатизации процессов обучения и воспитания;

- в виде внедрения информационных технологий в управление образованием;
- в виде организационного социально-экономического и научно-технического процесса создания на основе сбора и обработки необходимых данных оптимальных условий по удовлетворению информационных потребностей и реализации прав элементов следующей системы, включающей:
- субъекты сферы образования (педагогические и руководящие работников различного уровня, обучающиеся, родительские сообщества);
- заинтересованные организации и общественные объединения.

В структуре ***информатизации образования*** далее выделена ***информатизация региональной системы образования (ИРСО).*** Использовано то, что процесс информатизации образования существенно способствует формированию образовательной системы информационного общества, реализующее новые цивилизационные принципы, в частности: дестандартизации; антицетрализма; десинхронизации; оптимизации; деспециализации; рассредоточения; децентрализации управления; развития горизонтальных и сетевых структур.

Выявлена тенденция зависимости определения государственной региональной политики в регионах ***Дальневосточного федерального округа (ДВФО)*** от: уровня понимания предоставленных в документах полномочий; представления руководителями регионов проблемных ситуаций. Поэтому, как показал анализ, это привело к разнородным описаниям нормативных решений и их реализации по уровням власти в разных регионах. Аналогично состоят дела и широтой привлечения творческих сил научно-исследовательских институтов и образовательных организаций региона по участию в разработке необходимых документов. Тем не менее, в регионах ДВФО выявлена тенденция согласования политики информатизации образования с «региональным направлением».

В связи с этим ***информатизация региональной системы образования*** *(ИРСО)* [6] нами описана в виде целенаправленного организованного учебно-воспитательного процесса в образовательных организациях региона, обеспечивающего использование потенциала ИКТ и их средств через заинтересованность всех участников образовательных отношений, включая обучающихся, родителей, педагогических работников и их представителей, организаций, осуществляющих образовательную деятельность, федеральных, региональных и местных органов власти, заинтересованных работодателей и их объединений, который ориентирован на индивида для реализации целей обучения, на его развитие, причем с включением подсистем обучения и воспитания в региональных условиях (экономические, географические, социальные, культурные, технические, технологические).

Отметим также выявленную особенность, заключающуюся в том, что целесообразную и эффективную для сферы образования автоматизацию работы с необходимыми информационными потоками указанных участников образовательных отношений происходит, когда возможности, особенно финансовые, ограничены региональными же условиями.

Как показывает анализ ряда субъектов Дальневосточного федерального округа, региональная составляющая ИРСО соотносится с введением в национально-региональную компоненту образовательных программ информатических учебных дисциплин.

Кроме того, в структуре информатизации образования исследователями была выделена такая важная составляющая, как ***подготовка кадров информатизации образования (ПКИО).*** Тенденции начального этапа выявлялись в исследованиях академика М. П. Лапчика [7]. На основе этих и последующих исследований (С. А. Жданов, С. Д. Каракозов, А. М. Пышкало, И. В. Роберт, В. В. Котенко, О. В.Шкабура, С. Р. Удалов, В. В. Лаптев, Н. И. Рыжова, М. В. Швецкий и др.) приведем обзор необходимых для дальнейшего исследования «***педагогического обеспечения подготовки кадров информатизации региональной системы образования***» тенденций развития понятия «***подготовка кадров информатизации образования*»,** выделенного в специальном направлении исследований современной педагогики академиком И. В. Роберт и ее научной школы.

Так, важным местом компьютеризации образования А. П. Ершов вместе с такими видами ее обеспечения, как научное, учебно-методическое, техническое, организационное, выделял еще и «***кадровое обеспечение*»,** содержащее компоненты:

- профессиональная подготовка учителей по информатике;
- базовая подготовка по информатике как всех преподавателей, так и работников организации образования;
- педагогическая ориентация необходимых специалистов, которые вовлекаются в сферу образования в связи с компьютеризацией [8].

В его терминологии «***кадровое обеспечение информатизации***» в 1985 г. до момента, когда вводилась информатика в среднюю школу не соответствовало совокупности требований введения новой для школы учебной дисциплины «***Основы информатики и вычислительной техники» (ОИВТ)*** и не подходило для решения стратегических задач информатизации школы, так как опиралось только на в то время работающих в школе выпускников физико-математических факультетов педвузов и не имеющей достаточного уровня компьютерной подготовки.

В связи с этим такая потребность школы в ***учителе, владеющим основами компьютерной техники***, покрывалась притоком в системы образования специалистов специальных технических профилей: инженерами-компьютерщиками; математиками; программистами. Они должны были выполнять роль школьных преподавателей и решать задачи преподавания ОИВТ за счет своей специальной профессиональной подготовки, которую получили в университетах и технических вузах. Они в большинстве не имели педагогического образования, да и не стремились к этому. А. П. Ершов отмечал, что такой процесс сформировал значительный контингент учителей, который не были связанны с необходимой системой подготовки педагогических кадров, причем такая тенденция и отношение руководителей образования широко используется до настоящего времени еще и из-за нехватки специально подготовленных педагогических работников. Хотя на начальном этапе было распространено мнение: «А почему школе не открыться для участия специалистов других сфер, об этом упомянул и Ершов!» и им же отмечалось, что процесс широкого привлечения педагогов «со стороны» – временное явление, характеризующее этот начальный этап компьютеризации школы.

Далее в исследованиях М. П. Лапчика выделена необходимость при подготовке необходимых для решения задач ***информатизации в сфере общего образования специалистов*** отражения многофункциональности их профессиональной деятельности в этой области и построение ее с учётом тенденций перехода на ступенчатую систему подготовки базовых педагогических кадров, включающую подготовку бакалавров образования, учителей, магистров образования. Многофункциональность профессиональной деятельности в области информатизации должна определять различные формы и уровни этой подготовки, в частности, дисциплины по выбору, специализации, совмещённые специальности, подготовка по широкому профилю, дополнительное профессиональное образование, подготовка к исследовательской деятельности.

Им была разработана ***структура подготовки кадров информатизации школы***, в основу включающая стандарты по базовым педагогическим квалификациям: первая ступень – бакалавр образования; учитель; вторая ступень – магистр образования и являющаяся самодостаточной для профессионального обеспечения всех аспектов информатизации сферы общего образования.

Последнее основано на возможностях внутреннего развития за счёт вариативности использования предусмотренных стандартами разнообразных форм углубления и дополнения получаемого образования на основе дисциплин по выбору; специализаций; совмещённых специальностей; подготовок широкого профиля; профильных подготовок в области информатики; дополнительных видов профессионального образования; подготовки к исследовательской деятельности.

А. М. Пышкало рассмотрен вариант создания ***методической системы подготовки педагогических кадров***, представленной совокупности пяти иерархически взаимосвязанных компонентов: цели, содержание, методы, организационные формы, средства обучения.

С. А. Жданов и С. Д. Каракозов [9] определили вариант основных периодов процесса обеспечения содержания ***подготовки педагогических кадров в области информационных и коммуникационных технологий (ИКТ)*** после введения информатики в учебный план школы:

− период 1984–1991 гг. – до введения стандартов высшего педагогического образования;

− период 1992–2000 гг. – разработка и внедрение первого поколения стандартов высшего педагогического образования, но отсутствовала сколько-либо серьезная координация переподготовки педагогов-практиков;

− период после 2001 г. – разработка и внедрение второго поколения стандартов высшего педагогического образования.

В федеральной целевой программе «Развитие единой образовательной информационной среды (2001–2005 гг.)» (28.08.01 г.) были выделены направления:

- подготовки педагогических, административных и инженерно-технических кадров образовательных учреждений, способных использовать в учебном процессе новейшие информационные технологии;
- рационального использования педагогических кадров высшей квалификации;
- подготовки специалистов в области новых информационных технологий для каждой сельской школы;
- обучения школьных учителей использованию Интернет-технологий в их профессиональной деятельности, выделенного Федерацией Интернет Образования;
- учета реалий сложившейся системы подготовки учителей и повышения квалификации работников образования, в частности, существующую ***систему непрерывного педагогического образования***, которая определяет основные рамки и стандарты деятельности в области ИКТ.

Направление «***подготовка учителей в области ИКТ***» выстраивалось на основе целесообразности построения системы подготовки педагогических кадров, выявлении набора функциональных составляющих прогнозируемых направлений профессиональной деятельности и содержала:

- информационную подготовку;
- систему непрерывного педагогического образования;
- довузовскую подготовку;
- подготовку в вузе;
- послевузовскую подготовку;

- систему негосударственной подготовки в области ИКТ (Интернет-центры программы Института «Открытое Общество», Центры Федерации Интернет Образования, Центры Intel, Project Harmony, RELARN, другие);
- подготовка специалистов в области ИКТ, но при недостаточном согласовании с учебными планами и программами специалитета;
- подготовки в области ИКТ учителей-предметников.

В частности, переподготовка и повышение квалификации подразделялась на три уровня в зависимости от продолжительности обучения. Именно, если трудоемкость обучения составляет:

- не менее 72 часов, то выдается удостоверение о повышении квалификации;
- не менее 140 часов, то – свидетельство о повышении квалификации;
- не менее 500 часов, то – диплом о профессиональной переподготовке.

Подготовка преподавателей в области ИКТ определялась направлениями:

- научно-методическое обеспечение (учебники, электронные учебно-методические комплексы и пр.);
- подготовка специалистов в области информатизации школы;
- подготовка широкого спектра кадров информатизации образования;
- необходимая структура кадрового обеспечения процессов информатизации школы, других учебных заведений и учреждений системы образования (с последующим созданием комплексной методической системы подготовки широкого спектра профессиональных кадров, специально ориентированных на решение указанных задач);
- система непрерывной подготовки и повышения квалификации в области ИКТ;
- согласование методологических подходов при создании и реализации преемственных государственных образовательных стандартов и программ для всех уровней и ступеней педагогического образования, механизмы их мониторинга;
- организация непрерывной подготовки в области ИКТ на всех ступенях системы образования, начиная со «школы будущего учителя, владеющего навыками работы в компьютерной информационной среде»;
- система региональных университетских комплексов (высшие учебные заведения педагогического профиля, региональные институты повышения квалификации работников образования, негосударственные центры повышения квалификации);

- подготовка, переподготовка и повышение квалификации работников образования в области информатизации;
- подготовка, переподготовка и повышение квалификации работников образования в области информатизации школы [10];
- специалистов любой сферы деятельности в области ИКТ [11].

Отметим, что в Российском Перечне ГОС ВПО [12] был представлен целый ряд стандартов инженерной квалификации, которые направлены на подготовку кадров, потенциально способных закрывать проблемы образования. Это прежде всего ГОС из группы междисциплинарных специальностей:

- «Прикладная информатика (по областям)», где важное место занимает междисциплинарная специальность «Прикладная информатика», структура которой позволяет непосредственно интегрироваться с образовательной областью «Образование»;
- «Информационные технологии в образовании» (квалификация «инженер», приписана к «Информационным системам»);
- «Информационные системы» (бакалавры, магистры);
- «Математическое обеспечение и администрирование информационных систем»;
- ГОСы подготовки специалистов в области техники: «Телекоммуникации»; «Информатика и вычислительная техника»; «Информационные системы»;
- ГОСы подготовки по направлениям технических наук (бакалавры, магистры): «Электроника и микроэлектроника»; «Информатика и ВТ»; «Телекоммуникации».

Отмечается, что подготовка по учительской специальности «информатика» как дополнительной к специальностям «математика» и «физика» введена в педвузах СССР в середине 80-х гг прошлого века. В 1995 г. в ГОСах первого поколения появилась профильная специальность «Информатика» (опыт ОмГПУ, в котором эта специальность была введена опережающим порядком, немало этому способствовал).

Далее было отмечено, что кадры информатизации образования представляют более широкое понятие, чем кадры для обучения информатике. После смены первого поколения педагогических стандартов в 2000 г. существенно расширился спектр специальностей, непосредственно нацеленных на информатизацию образования и формирующих ее кадровый потенциал, в который были добавлены направления:

- «Физико-математическое образование», профиль «Информатика в образовании» (бакалавр, магистр);
- «Профессиональное обучение (электроника, радиотехника и связь)».

Для поднятия уровня информационно-технологической компоненты содержания подготовки учителя к профессиональной работе Минобр РФ рекомендовал педвузам включить и разработать учебную дисциплину «Современные информационные и коммуникационные технологии в учебном процессе».

Кроме того, была выделена необходимость разработок важных аспектов в новых видах деятельности организатора школьной информатизации:

− информационно-аналитических, направленных на аналитико-синтетическую переработку результатов анализа текущего состояния ресурсов (материально-технический, кадровый, учебно-методический, программно-технологический) и оценку эффективности их использования в образовательном процессе;

− прогностических, обеспечивающих научно обоснованное проектирование развития информационно-коммуникационной среды образовательного учреждения;

− организационно-управленческих, направленных на выработку и лоббирование организационно-управленческих решений по информатизации образования;

− научно-методических, ориентированных на разработку и анализ инновационных педагогических технологий, методических систем личностно-ориентированного обучения с применением ИКТ;

− социально-педагогических (диагностических), направленных на диагностику уровня развития обучаемого, мониторинг качества образования и внедрение адаптивных образовательных технологий.

Эти направления определяют основные виды профессиональной деятельности ***методиста-организатора информатизации образования,*** [13] направленные на создание и сопровождение информационно-коммуникационной среды образовательного учреждения при совмещении таких положительных качеств инженерно-технических специальностей, как сильная фундаментальная составляющая информатической подготовки специалиста, с таким неотъемлемым в данном случае качеством педагогических специальностей, как сильная психолого-педагогическая база.

В. В. Лаптевым и М. В. Швецким рассмотрено понятие «***профессиональное мастерство учителя информатики***»**.** В него они вложили синтез таких качеств специалиста, как:

- необходимого для успешной работы в школе уровней базовых и специальных компетенций, содержащих необходимые уровни знаний, умений и владений;
- ясного понимания целей и задач обучения информатике в школе;

- владения методикой преподавания информатики и способности эффективно осуществлять успешное обучение школьников информатике и их воспитание в процессе обучения.

Анализ научных публикаций (С. Д. Каракозов, С. А. Жданов, В. В. Лаптев, Н. И. Рыжова, М. В. Швецкий и др.), практической деятельности учителей и преподавателей информатики, можно констатировать, что в рамках системы образования (как высшего, так и среднего) наблюдались следующие основные тенденция разделения направлений обучения информатике [14–17]:

- изучение информатики как технологии обработки информации;
- изучение информатики как фундаментальной науки;
- формирование на базе перечисленных выше подходов информационной культуры обучаемых.

В российском образовании в связи с тем, что компьютерные науки в России создавались преимущественно математиками, традиционно отдающими предпочтение фундаментальным знаниям, в области информатики указанные исследования выделяют такие особенности, как:

- внимание к фундаментальному математическому образованию;
- меньшее чем за рубежом выделения значения естественных наук и профессиональной подготовки.

Выделена была тенденция необходимости представить направления, относящиеся к прикладной и специализированной подготовке, в частности:

- информационная безопасность;
- параллельное программирование;
- операционные системы;
- системный анализ и проектирование;
- применение информатики в предметных областях;
- графика и визуализация информации;
- социальные и этические аспекты информатики и информатизации общества.

Таким образом, описанные виды деятельности по подготовке кадров информатизации образования постепенно внедрялись в элементы системы педагогического образования России, которое представляло собой многоуровневую систему [18], реализуемую различными по содержанию и срокам обучения преемственными образовательно-профессиональными программами и государственными стандартами соответствующего уровня и направленности. В ее многоуровневую структуру входили средние и высшие профессиональные заведения.

Среднее педагогическое образование получалось обучаемыми в педагогическом училище, колледже, а также на первой ступени вуза. В свое время педагогические училища представляли собой основное среднее специальное учебное заведение, реализующее образовательные программы среднего педагогического образования. Позднее создавались педагогические колледжи, представляющие собой учреждения продвинутого типа. Они осуществляли подготовку специалистов по углубленным образовательным программам среднего профессионального образования, функционировав и как самостоятельные образовательные учреждения, и как структурные подразделения высшего учебного заведения

Высшее педагогическое образование осуществлялось в университетах, академиях, институтах и имело несколько ступеней. По окончании каждой ступени присваивается определенная квалификация (бакалавр, магистр). Лица, имеющие среднее педагогическое образование, могли получить высшее профессиональное образование по сокращенным ускоренным программам. Необходимость такого дальнейшего повышения квалификации педагога вызывалось изменениями в системе народного образования, в частности, и созданием новых видов дошкольных учреждении, появлением компьютерных программ образовательной работы с детьми и др., а также должностным ростом.

Повышение квалификации в педагогическом образовании представлялось как учебная деятельность, направленная на формирование готовности работника к выполнению более сложных трудовых функции, предусматривая:

- освоение новых общетеоретических и специально-технологических знаний;
- расширение спектра умений и навыков;
- углубление понимания связи между наукой и технологией;
- овладение одной из форм освоения прогрессивного опыта, целью которой является повышение эффективности труда.

Отмечалось, что одной из основных целей повышения квалификации руководителей образовательных учреждений заключалась в установлении соответствия между уровнем их готовности к реализации задач поэтапного реформирования образования, постоянно растущими социальными требованиями к его личности и деятельности и уровнем современных научных знаний, составляющих основу управленческих процессов в системе образования.

Повышение квалификации охватывало все виды обучения, направленные на совершенствование знаний, развитие умений и навыков в деятельности определенного типа и, как правило, осуществлялось на базе институтов усовершенствования учителей (ИУУ).

Анализ исследований опыта регионов выделял и роль в педагогическом образовании и практику работы в своих педагогических коллективах, в которых в процессе повседневной работы вырастали настоящие мастера педагогического труда. Определяющим условием такого роста выделялось направленность учительского коллектива на занятия важнейшими вопросами учебно-воспитательной работы и стремление к постоянному росту и совершенствованию.

Виды деятельности по подготовке кадров информатизации образования внедрялись и систему повышения квалификации, состоящей из таких учреждений, как:

- районные методические кабинеты;
- областные и краевые, городские институты усовершенствования учителей.

Районные методические кабинеты вместе с органами народного образования создавали школы передового опыта во главе с опытными учителями, прикреплением учителей-предметников или учителей начальных классов соседних школ. В них повышение квалификации велось путем непосредственного знакомства с передовым педагогическим опытом.

В областных центрах создавались институты усовершенствования учителей, которые концентрировали в своих кабинетах лучший опыт работы, на курсах, семинарах, практикумах проводили переподготовку учительских кадров, оказывая помощь в организации текущей методической работы в школа. В повышении квалификации большую работу с учителями вели педагогические институты, университеты и училища, Академия образования.

Таким образом, согласно описанным тенденциям развития понятий, связанных с подготовкой кадров информатизации образования будем рассматривать ее в качестве элемента системы подготовки педагогических кадров.

Поэтому трактовать понятие «***подготовка кадров информатизации образования***» согласно подходам И. В. Роберт [19], когда ***подготовка кадров информатизации образования*** рассматривается в качестве научного направления и практической деятельности, в настоящее время ориентированных на разработку:

- содержания;
- методики подготовки педагогических кадров, которые:
  - могут работать в условиях информатизации общества массовой глобальной коммуникации;
  - способны осуществлять информатизацию в учебном заведении;
  - компетентны в области реализации основных направлений информатизации образования;
  - компетентны в прикладных аспектах применения средств ИКТ в своей профессиональной деятельности.

При таком подходе необходимо обеспечить любому специалисту сферы образования подготовку в области информатизации образования, использования средств ИКТ в его профессиональной деятельности, которая гарантировала бы необходимый уровень информационной культуры члена современного информационного общества и определенный уровень профессиональной подготовки, ориентированной на специалиста определенного профиля сферы образования.

Такая подготовка кадров информатизации образования должна носить дифференцированный характер в зависимости от многих условий, учитывающих:

- профиль учителя-предметника;
- уровень решения управленческих задач;
- обязанности организатора учебно-воспитательного процесса;
- проблемы, решаемые лицом, ответственным за технико-технологическую поддержку процесса информатизации образования;
- специальные проблемы.

Под понятием **«региональная система образования»** [20] будем понимать систему образования в данном регионе.

Исследования, проведенные нами по подготовке педагогических кадров информатизации образования [21–25] позволили сделать вывод о необходимости введения понятий «информатизация региональной системы общего образования (ИРСО)» и «многоуровневой подготовки кадров ИРСО».

Под ***многоуровневой подготовкой кадров ИРСО*** будем понимать подготовку педагогических кадров информатизации региональной системы образования на уровнях образования: общее образование; профессиональное; высшее (ООП бакалавриата, магистратуры, специалитета); аспирантуры; докторантуры; на этой основе повышение квалификации, переподготовка и дополнительное образование в экономико-географических, социально-культурных и технико-технологических условиях.

Систему непрерывной подготовки учителей в области использования средств ИКТ в профессиональной деятельности согласно [26] определим как совокупность взаимосвязанных и взаимодействующих компонентов, образующих определенную целостность и единство: цели, содержание, средства, формы и методы обучения, воспитания и развития студентов и учителей на этапах вузовского и послевузовского профессионального педагогического образования, включая самосовершенствование личности.

Из сказанного следует, что ***формирование основ профессионального мастерства будущего учителя информатики*** осуществляется по направлениям:

- психолого-педагогическому;
- методическому;
- специальному.

Они, согласно подходу А. Г. Мордковича [27], взаимосвязаны, их единство и целостность – необходимые условия профессионально-педагогической направленности обучения и воспитания студентов.

3.2. Понятие педагогического обеспечения подготовки кадров информатизации образования

В качестве основы нашего исследования отношений ***«педагогическая практика – практическая деятельность педагогических работников – педагогическое обеспечение – моделирование – структурная модель процесса педагогического обеспечения подготовки кадров информатизации»*** образования рассмотрен феномен «педагогическая практика» как определяющей виды основных направлений и форм развития педагогики. В педагогической практике всех участников системы образования рассмотрена педагогическая практика, представленная в виде непосредственной деятельности педагогических работников с предъявлением своих требований как к субъектам и объектам педагогического процесса, к его качеству, к теории и методологии педагогики. Наш подход в подготовке кадров информатизации образования направлен на выделении в ней именно практической деятельности педагогических работников (ПР), понимаемых по Закону об образованию РФ как физических лиц, состоящих в специальных отношениях с образовательной организацией и выполняющих обучение, воспитание обучающихся, а также организацию образовательной деятельности.

Подготовка кадров информатизации образования же согласно подходов [28; 29] и [30] нами рассмотрена в виде практической деятельности работников образования (педагогические работники, научные работники, административно-управленческий персонал, учебно-вспомогательный персонал, технический персонал), состоящей в разработке:

• содержания;

• методики подготовки педагогических кадров и описании роли, вида эффективной организации такой деятельности.

В этой практической деятельности педагогических работников, так как она связана с созданием отношений в совместном применении информационных, коммуникационных и компьютерных технологий, выделена инновационная составляющая.

Для ее рассмотрения применен метод моделирования как основа построения соответствующих моделей педагогических систем. Исследование такой деятельности будем основывать на специальной трактовке понятия педагогического обеспечения. Это понятие исследовалось рядом авторов.

В нашем исследовании используем описание педагогического обеспечения процесса с целью повышения его эффективности на основе деятельностного подхода [31]. Именно в качестве процесса рассмотрен процесс реализации конкретных ***педагогических систем***, трактующихся в виде совокупности элементов, направленных на создание педагогического влияния на процесс формирования личности с заданными качествами, необходимых для подготовки востребованных кадров. ***Педагогическое обеспечение процесса реализации педагогической системы или некоторого ее элемента*** в исследовании представлено в виде деятельности по управленческому воздействию и развитию системы элементов по целеполаганию, определению содержательного состава и способов и вариантов их реализации на разных этапах рассматриваемой системы, организационных воздействий, которые оптимизируют использование конкретных условий рассматриваемой подготовки, по обоснованию выбора вариантов взаимосвязей, взаимообусловленностей и взаимоактуализаций ресурсов, находящихся в наличии, посредством определенного структурирования временных, пространственных, количественных ресурсов и качественного состава работников образования (педагогические работники, научные работники, административно-управленческий персонал, учебно-вспомогательный персонал, технический персонал) и их взаимодействия с целью повышения его эффективности рассматриваемого процесса.

Согласно проведенного в [32] теоретического анализа исследований как психологических, так и педагогических, на основе системного и деятельностного подходов в нашей работе понятие педагогического обеспечения как феномен педагогики удалось результативно трактовать в виде отношений по управлению и развитию системы специальных элементов.

Группа блоков «Постановка дидактической задачи»

Элемент целеполагания педагогического обеспечения представляет виды деятельности по апробации федеральных целей определения номенклатуры кадрового состава информатизации образования, определению слабых мест в этой подготовке и определение новых и перспективных направлений подготовки.

Элемент целеполагания педагогического обеспечения представляет виды деятельности по определению содержания и описанию наполнения компонентов профессионально обусловленной структуры личности выпускника для системы кадров информатизации образования.

Элемент определения содержания педагогического обеспечения представляет виды деятельности по проектированию перечня и содержания конкретных предметных полей, блоков учебных дисциплин, учебных дисциплин как основного инструмента подготовки выпускников образовательных программ и специалистов.

Элемент определения способов реализации на разных этапах содержания педагогического обеспечения представляет виды деятельности по определению иерархии этого содержания с учетом особенностей его реализации.

Группа блоков «Организация условий, оптимизирующих формирование социальности как интегративного качества личности, на основе дидактического процесса использования блоков».

Элемент определения «организационные форм реализации на разных этапах содержания педагогического обеспечения» представляет виды деятельности по определению эффективности традиционных и эффективности инновационных организационных форм обучения этому содержанию с учетом особенностей его реализации.

Элемент определения «организационные форм реализации на разных этапах содержания педагогического обеспечения» представляет виды деятельности по определению эффективности традиционных и эффективности инновационных средств обучения этому содержанию с учетом особенностей его реализации.

Элемент определения «организационные форм реализации на разных этапах содержания педагогического обеспечения» представляет виды деятельности по определению эффективности традиционных и эффективности инновационных методов обучения этому содержанию с учетом особенностей его реализации.

Элемент определения способов организации условий, оптимизирующих обоснования конкретных способов взаимосвязи, взаимообусловленности и взаимоактуализации имеющихся ресурсов педагогического обеспечения представляет виды деятельности по взаимоактуализации имеющихся ресурсов через структурирование определенным образом времени, пространства, количественного и качественного состава участников и их взаимодействия.

Структурная модель педагогического обеспечения процесса реализации педагогической системы или некоторого ее элемента представлена на рис. 3.1.

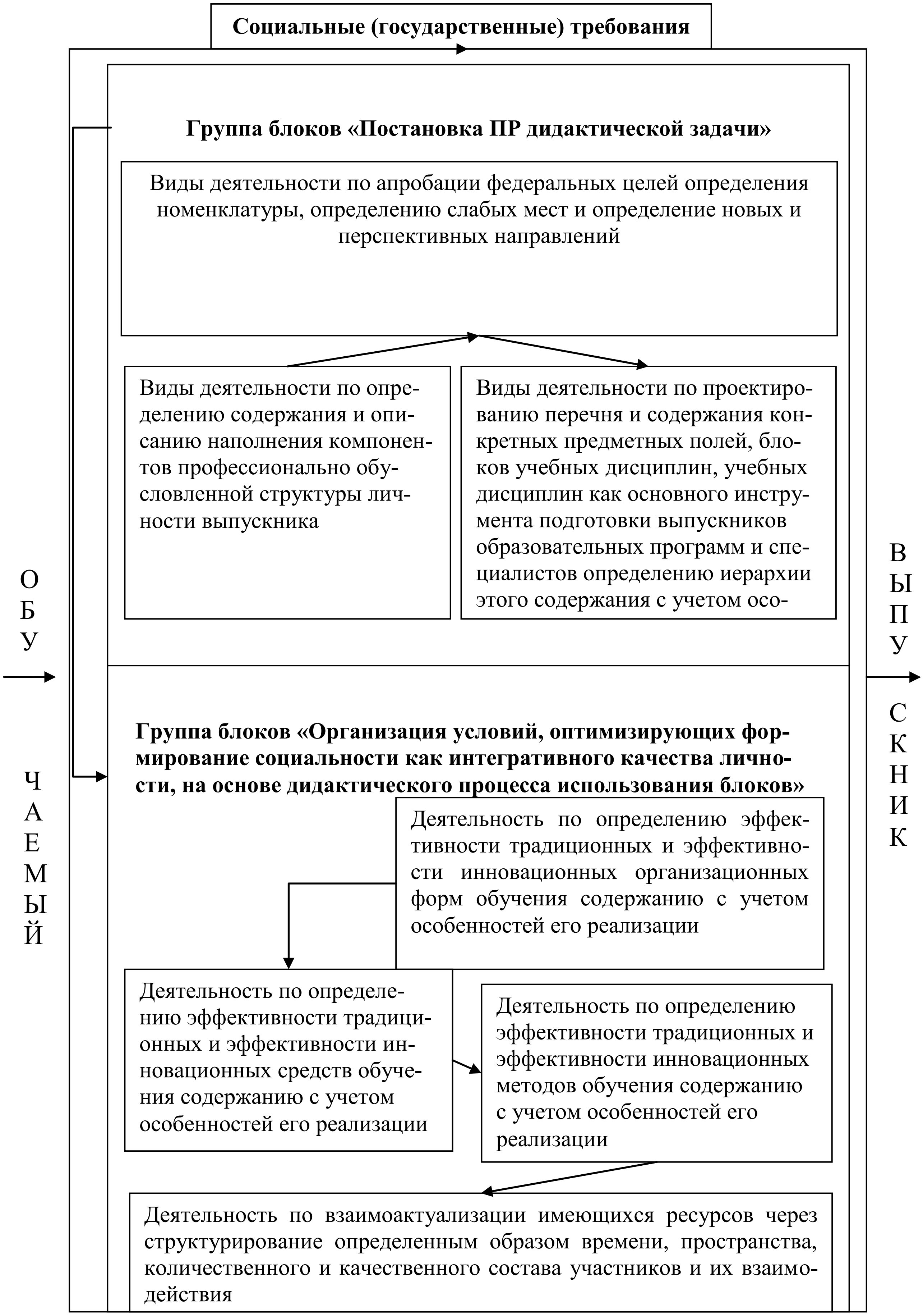

Рис. 3.1. Структурная модель педагогического обеспечения процесса реализации педагогической системы или некоторого ее элемента

Педагогическое обеспечение процесса реализации педагогической системы также можно представить в виде набора подсистем ее элементов по видам направлений подготовки и образовательным программам. Причем, педагогическое обеспечение процесса реализации каждой такой подсистемы может быть описано указанной структурной моделью.

3.3. Развитие способности педагогических работников к гибкому выбору элементов МСО в условиях ИОС

Нами выделена важная особенность отношения ***«структурная модель процесса педагогического обеспечения подготовки кадров информатизации образования – развитие способности педагогических работников к гибкому выбору элементов методической системы обучения (МСО) в условиях информационно-образовательной среды (ИОС) – инновационная деятельность»***, заключающаяся в необходимости учитывать распространение и внедряемость средств ИКТ во все виды деятельности как в процессе обучения, так и в профессиональной деятельности как педагогических работников, так и выпускников. Тогда во всех видах такой деятельности естественно выделить характеристики инновационной деятельности и, в связи с этим, необходимость использовать закономерности науки инноватики [33–37] в педагогическом обеспечении подготовки кадров информатизации образования.

Опишем в виде факторов, влияющих на способности педагогических работников к гибкому выбору элементов методической системы обучения в условиях информационно-образовательной среды, ряд некоторых элементов внешней для педагогической деятельности педагогического работника педагогической системы. Причем в условиях постоянного бурного становления и изменений новых представлений и трактовок с течением времени причем в период представлений. В связи с этим за основу взяты необходимые для исследования трактовки и положения из нормативных источников и ведущих специалистов в рассматриваемых областях.

Педагогическое обеспечение подготовки кадров информатизации образования как инновационная деятельность. Для исследования и описания использования отношений между эффективными принципами информатизации образования и подходами инновационной деятельности нами использован подход И. В. Роберт [38], заключающийся в выделении влияния информатизации образования, в частности, на педагогику, как трансфер-интегративной области научного знания. Именно выделены процессы зарождения в традиционных научных областях педагогики определенных научно-практических зон, решающих проблемы развития их информатизации. Они И. В. Роберт названы ***трансфер-зонами*** и описываются как некоторые возникающие инновационные области соответствующего раздела науки и его практической реализации с целью решения задач, появляющихся в процессе развития информатизации образования. Отметим, что этим автором отмечена такая характерная особенность возникающих новых областей, по сути своей во всех видах наук, как обладание ими свойствами инновации, выделяемых в такой науке как инноватика. Именно в ряде исследований по инноватике выделены свойства инновации, заключающимися в том, что она должна:

- обладать преимуществом по сравнению с традиционными решениями, называемом научно-технической новизной, то есть степенью преобразований, дополнений, конкретизаций данных и тем, что еще не было исследовано, и полученными впервые результатами;
- быть применима, совместима со сложившейся практикой и технологической структурой; практической воплощенностью, т.е. использована в различных областях деятельности, в частности, в образовании;
- быть способна удовлетворить определенные запросы потребителей, то есть это новое воспринято в практике работы и обеспечивает положительные изменения.

Педагогическое обеспечение подготовки кадров информатизации образования как инновационной деятельностью нами рассмотрено в виде одной из составляющих такой трансфер-зоны в информатизации образования как научного направления в педагогике.

В нашем подходе использованы следующие принципы инноватики как науки: системность, взаимозависимость, инновационная направленность, эффективность, экономичность и такой основной принцип успешной реализации инноваций как гибкость инновационной деятельности. Последний принцип заключается в том, что должна быть обеспечена широта в свободе действий педагогических работников при осуществлении ими инновационной деятельности. При этом они должны получать возможность маневра, не должно быть жесткой регламентации, а должна поощряться инициатива.

Вариативность выбора авторской методической системы обучения в мезауровне педагогических систем. Инструментом для такого подхода нами выбрана деятельность по проектированию авторской методической системы обучения. Именно нами использовано понятие педагогической системы как совокупности элементов, направленных на создание педагогического влияния процесс формирования личности с заданными качествами. Из анализа исследований по этому понятию (В. П. Беспалько, В. А. Сластенин, А. М. Новиков и др.) рассмотрен иерархической подход к классификации педагогических систем, в частности, трактующихся совокупностью элементов, направленных на создание педагогического влияния на процесс формирования личности с заданными качествами. При нем к макроуровню отнесены педагогические системы административного деления: государственные, региональные системы образования и т.д. Мезауровень содержит организации и социальные институты общества, осуществляющие образовательную деятельность и другие направления педагогической деятельности. Особое внимание уделим микроуровню педагогических систем, к которому относят, в частности, системы работы групп и отдельных педагогических работников.

Деятельность педагогических работников по гибкому выбору элементов МСО в условиях ИОС организуется педагогическими системами этого уровня. Определяющим подходом тогда выделяется то, что для учета потребностей личности и рынка труда, общества и государства приоритетное направление развития ИКТ основано на исследованиях по:

- управлению и организации учебно-воспитательного процесса;
- прогнозированию и определению структуры подготовки кадров, соответствующих современному этапу продвижения к информационному обществу.

Анализ исследований и опыта показывает востребованность подготовки не только специальных кадров по информатизации образования, но и педагогических работников всех направлений, обладающих компетентностью реализации прикладных аспектов применения средств ИКТ в своей профессиональной деятельности. Это уже признано гарантией обеспечения уровня информационной культуры всех членов общества, развивающегося в направлении своей информационной формы. Исходя из принципов инноватики и ее законов, существенная роль в этом процессе отводится созданию необходимой инфраструктуры и специальной подготовке кадров, способных реализовывать свою профессиональную деятельность на основе инновационного подхода. Кроме того, анализ опыта регионов Дальневосточного федерального округа привел к выделению следующей по иерархии подсистемы в этой инфраструктуре – инфраструктуры подготовки кадров информатизации региональной системы образования, которая представлена в регионах структурой, обладающей свойствами комплексности, многопрофильности и многоуровневости, начало исследованний которых положено в работах И. В. Роберт и О. А. Козлова. На наш взгляд обеспечение этих процессов использования средств ИКТ в профессиональной деятельности и реализации инновационных подходов в ней должно основываться на создании специальных видов элементов мезауровня педагогических систем, которые реализуют дидактические возможности средств ИКТ, в частности, используют интерактивные информационные ресурсы как локальных, так и глобальных компьютерных сетей и необходимый потенциал визуализации на основе средств медиаобразования. Тогда выделяется целый спектр педагогических систем разного вида и уровня, требующих специального исследования и разработки.

Рассмотрим варианты оснований для классификации видов педагогических систем на мезауровне. Рассмотрение их конкретных практик реализации позволяет их обозначить и назвать методическими системами обучения (МСО) [39–42]. Исследование тенденций реформирования образования и в том числе под влиянием внедрения средств ИКТ позволяет рассмотреть необходимость при различных трактовках основных понятий такие основания классификаций МСО, как:

- на основе видов профессиональной деятельности и влияющих на них факторов;
- по видам образования (IT-образование, Smart-образование, дистанционное, медиаобразования и др.);
- по теоретико-методическим основаниям формирования видов компетентностей будущих специалистов и педагогических работников (специальной, профессиональной, информационной и др.);
- по подходам формирования видов стилей мышления (алгоритмического, программистского (операционного) и др.);
- по направлениям традиционных и новых технологий обучения, в частности: «Smart education», «e-learning», «u-learning», «networkedlearning» и др.).

В виду новизны приведенных последних технологий приведем краткое их описание. Именно в международных источниках указано, что технология Smart education осуществляется совместной образовательной деятельностью в Интернете на базе общих стандартов, соглашений и технологий объединениями образовательных организаций и их пеагогических работников.

«e-learning» технология, или E-learning (Electronic Learning), или «Интернет обучение», или «электронное обучение», или «WBT (Web-based Training)», направлены на реализацию доступности участникам педагогического процесса компьютерных учебным программам, имеющих термин «coursware» через Интернет или корпоративный Интранет.

Технология «u-learning», или «ubiquitous learning», посвящена использованию в качестве виртуальной рабочей среды средств ИКТ и особенно Интернет-организации непрерывного обучения всех членов общества.

«Networked learning», или «peer-to-peer learning», или «p2p-learning», или сетевое обучение, или взаимное обучение, направлено на реализацию идей, основанных на массовом сотрудничестве, идей использования сочетания открытости образовательных ресурсов и сетевой организации взаимодействия участников образовательного процесса.

На этом пути уже появился термин «Connecting teacher» или связной учитель», обозначающий педагогического работника, активно устанавливающего и организующего связи участников образовательного процесса со специалистами других отраслей и мировыми информационными ресурсами.

В связи с этим наши исследования направлены на описание таких методических систем инфраструктуры комплексной, многопрофильной и многоуровневой подготовки кадров информатизации региональной системы образования со специальными функциями, посвященными формированию у обучающихся владения по определению навигации в информационно-коммуникационной предметной среде для обеспечения реализации характеристик инновационности использования ИКТ.

Такие системы по разработке и ведению учебных дисциплин ряд авторов называет методическими системами обучения учебной дисциплины (МСОУД). Если она отражает специфику разработчика, то ее называют авторской МСО.

Для выбора, определения и разработки вида АМСО предложено применить метадеятельность на основе системного, информационного и инновационного подходов. Апробированный опыт и анализ практики педагогических работников, связанной с различными видами деятельности по информатизации образования, позволил выделить следующие этапы разработки АМСО.

В начале применяется принцип «полигон вариантов рассмотрений, идей, решений», заключающийся в изучении источников и выбора из них тех, которые связаны с рассматриваемой деятельностью и целью АМСО. Эта деятельность одновременно сопровождается специальным морфологическим анализом с помощью специально разработанных исследователем таблиц. Вариантом логики этого анализа может быть следующая последовательность действий: виды методических систем – виды структуры выбранного МСО – виды каждого элемента из выбранной структуры. Вариантом рассмотрения должно быть из принципов выбора не менее семи, что связано с открытием Эббингауза о долговременной памяти.

Далее реализуется принцип инноватики «навигации в информационно-коммуникационной предметной среде», который основан на принципе «выбор индивидуальной траектории развития, движения, варианта». А это необходимо связывать принципами «выбранная профессиональная деятельность» и «авторский стиль профессиональный деятельности» [43–49].

3.4. Необходимость описания и использования региональных условий для повышения эффективности информатизации системы образования

Нашим подходом на этапе исследования ***«инновационная деятельность – организация педагогического обеспечения подготовки кадров информатизации образования»*** является использование нормативных ресурсов, основанных на реализации региональных особенностей в конкретной практической деятельности всех участников информатизации образования. Такой подход обоснован на рассмотрении мировых тенденций развития образования и влияния на него ряда внешних систем. Нами рассмотрены некоторые варианты внешних систем, использующие феномен «***регинальность***». Это позволяет выделять направления для разработки содержания АМСО учебных дисциплин на основе региональных особенностей.

Рассмотрен ряд научных направлений, в которых исследуется феномен «региональность». Со стороны такого направления современной информатики, как социальная информатика [50], следует необходимость рассмотрения выделения одной из тенденций развития общества под влиянием его информатизации – это процесса глобализации, который содержит всемирную экономическую, политическую и культурную интеграцию и унификацию. Но при этом исследования по социальной информатике указывают, в частности, на то, что мировое сообщество одновременно втягивается в процесс тесного переплетения своих указанных составляющих, основой которого, в свою очередь, является как транснационализация, так и регионализация.

Поэтому ИКТ на этой основе современного этапа своего развития способствует тому, чтобы реформировались нормативные социально-коммуникационные институты. На этом пути, учитывая специфику перехода от массовости в деятельности к специальной персонализации естественно на основе потенциала персонализации у информационных и сетевых технологий, в частности, появляются новые виды, формы как системы образования, так и ее подсистем.

Внешними системами для понятия «региональность» являются и ряд составляющих социальной философии и философской антропологии. Они посвящены изучению важности таких процессов, основывающихся на исследовании отношений «глобализация-регионализация», которые актуализируют феномен «малая родина». В нем же, в отличие от национальной или этнической идентичностей выделяют локальную идентичность.

Со стороны терминологических подходов понятие «региональность» рассматривается как набор различных характеристик. Современный толковый словарь это понятие трактует исходя от латинского слова «regionalis», которое означает «местный», «областной», относящееся к некоторой части территории страны, в частности к району, региону, области или даже стране, группе стран. Здесь выделение производится на основе признака территории [51].

Аналогично в [52] понятие «региональный» по значению соотносится с понятием «регион», как существительным и связанным с ним, или свойственным и характерным для региона.

Теория политической регионалистики [53] это понятие «региональный» связывает с понятиями регионализма, регионализации, региональности.

В этой связи регионализм определяют как стратегию региональных элит, которая посвящена расширению их прав, использованию преимущества для сложившихся территориальных делений общества, сглаживанию различий центральных и периферийных их составляющих. Естественно с другой стороны, регионализм основан на разнообразии ландшафтов региональных территорий.

Понятие ***регионализации*** в этих подходах рассматривается как процесс перераспределения властных компетенций и передачи функций от национального на региональный уровень с появлением новых институциональных форм. Однако ряд исследователей отмечает, что в регионализации имеются не только позитивные характеристики.

Считается также, что региональность может рассматриваться как территориальное измерение интеграции различных территориальных общностей. Региональность связывается с сетями, потоками, проницаемостью границ. Исследователи выделяют в региональности такие характеристики, как множественности структур и уровней управления, акторов и идентичностей.

В регионалистике выделяется также понятие ***региональной стратегии*** как государственной системы целей и решений для обеспечения перспективы балансирования между центром и регионами. Это связано со стимулированием развития иерархии на всех территориально-политических уровнях. Причем должно быть обеспечено снижение риска конфликтов как вертикальных отношений центра и регионов, а также горизонтальных. Такая стратегия обеспечивается неофициальными отношениями.

В теории регионалистики также отмечается, что при отсутствии региональной стратегии баланс «центр–регионы» нарушается и региональная политика сводится к набору частных, имплицитных тенденций отраслевого и ведомственного характера.

Понятие ***регионализации образования*** имеет разные описания. Нормативно-правовое подход трактует это понятие в виде разделения в сфере образования между федеральным уровнем власти Российской Федерации и уровнями субъектов страны набора полномочий и компетенций. С позиций профессионального образования регионализация образования рассматривается как реформирование образовательной системы страны в направлении усиления использования системами образования регионов своих региональных условий и потребностей.

Основой регионализации образования выделяется использование конкретных и реальных ценностей образования. Оно учитывает разнообразные и различные формы отношений между частными, региональными и федеральными интересами. Регионализация образования является необходимым механизмом, обеспечивающим постоянное развитие образования, причем для соответствия и учета образовательных потребностей граждан, живущих в этом регионе. Естественно она реализуется на основе инновационных педагогических процессов. Регионализация образования требует процесса, характеризующимся непрерывным и открытым взаимодействием субъектов образовательной сферы, причем в динамике развивающихся процессов и потребностей региона. Отметим то, что регионализация образования связана с процессом становления «***гражданского общества***», которое определяется системой взаимодействий граждан страны, которые свободно строят планы своей жизни, не подчиняясь бюрократическим структурам, но определяя отношения с ними согласно договорным нормам.

Наши исследования показали [54–56], что на местах вынуждены обращать внимание ***региональным возможностям,*** то есть в информатизации образования также выделилось направление, которое можно назвать региональным. Это позволило выделить, в частности, виды деятельности, выраженных в: использовании однотипной ***вычислительной техники (ВТ)***, ***программного обеспечения (ПО)*** и ***информационных технологий (ИТ)***; применении однотипных обеспечивающих программно-методических средств; выборе единого системного подхода приобретения ВТ, ПО и ИТ; выборе вида схемы обучения и повышения квалификации необходимых для региона кадров информатизации; создании специальных информационно-педагогических центров, которые должны решать задачи сбора, обработки и организации доступа к информации, необходимой для региона; специфики использования электронных средств коммуникации; организации дистанционных форм обучения, основанных на новейших информационных технологиях; специфики применения в педагогическом процессе видов технологий мультимедиа; создании специальных сетей базовых школ, в которых сосредотачивается передовой опыт активно использования средств ИКТ в педагогической деятельности как педагогического работника, так и обучаемых; учете интересов и специфики образовательных организаций; более равномерно распределять компьютеры и средства связи.

Для использования нормативных ресурсов, основанных на реализации региональных особенностей в конкретной практической деятельности всех участников информатизации образования, на этапе исследования «инновационная деятельность – организация педагогического обеспечения подготовки кадров информатизации образования» нами выделен ***подход использования региональных особенностей по программной и технической поддержке информационных технологий*** при подготовке обучающихся к использованию средств ИКТ в профессиональной деятельности [57]. Для этого нами при анализе работы регионов были выделены региональные экономико-географические и технико-технологические условия информатизации систем образования региона. Этот подход направлен на формирование владения использованием этих условий при организации применения средств ИКТ в выбранном направлении профессиональной деятельности как педагогического работника, так и обучающегося как будущего специалиста.

Нами отнесены к экономико-географическим условиям информатизации региональных систем образования условия использования:

- преемственности существующего в научно-техническом региональном интеллектуальном потенциале элементов, содержащих варианты необходимого опыта принятия эффективных проектных решений информатизации;
- обеспечения бесплатности основных видов образовательных услуг;
- обеспечения развития процессов региональной информатизации систем образования по двум составляющим: основанной на централизованных нормативных указаниях; основанной на использовании творческих децентрализованных идеях видов деятельности;
- направлений на тенденцию развития наукоемкой отрасли региона;
- государственной нормативной и экономической поддержки выделенных децентрализованных составляющих информатизации образовательных систем региона для обеспечения в дальнейшем регулирования их деятельности;
- создания в регионе механизмов работы с государственными информационными ресурсами региона, а также обеспечения возможностей самофинансирования процесса информатизации образовательных систем региона на основе реальных перспектив ее практически;
- создания гражданам, органам власти и управления содействия реализации их потребностей в информационных связях на межрегиональном и международном уровням;
- создания имиджа региона на уровнях страны и мира посредством представления не только географической, а экономической, правовой, культурной, ресурсной и другой необходимой информации, для привлечения интереса возможных партнеров;
- и учету преимуществ удаленности региона от центров страны;
- и учету преимуществ удаленности населенных пунктов внутри региона;
- обеспечения и развития интенсивного международного взаимодействия.

К технико-технологическим условиям информатизации региональных систем образования нами отнесены условия использования:

- наличия сухопутного, речного, воздушного и коммуникационного спектров и инфраструктур транспортного обеспечения как внутри региона, так и с внешними системами;
- наличия принципа единства информационного пространства и системы телекоммуникаций как в регионе, так и в стране;
- наличия стратегической специфики информатизации системы образования региона;
- возможностей издательской деятельности в регионе для обеспечения потребностей педагогических работников в необходимых научно-методических материалах по информатизации систем образования в регионе.

3.5. Вариант трактовки организации педагогического обеспечения подготовки кадров информатизации региональной системы образования

В нашем исследовании организация педагогического обеспечения подготовки кадров информатизации региональной системы образования рассмотрена как вариант трактовки введенного понятия п**едагогического обеспечения процесса реализации педагогической системы или некоторого ее элемента.**

Именно **педагогическое обеспечение подготовки кадров информатизации образования** рассмотрено как специальный вид педагогической деятельности по определению элементов системы, содержащей педагогические основания, структуру и содержание подготовки кадров информатизации образования, выявлению функционального назначения каждого из этих элементов, установления взаимосвязей их функций в определенных организационно-педагогических условиях, способствующих достижения поставленной цели.

Согласно проведенного в [58] теоретического анализа исследований как психологических, так и педагогических, на основе системного и деятельностного подходов в нашем работе понятие педагогического обеспечения как феномен педагогики удалось результативно трактовать в виде отношений по управлению и развитию системы специальных элементов.

Группа блоков «Постановка ПР дидактической задачи»

Элемент целеполагания педагогического обеспечения подготовки кадров информатизации образования представляет виды деятельности ПР по апробации федеральных целей определения номенклатуры кадрового состава информатизации образования, определению слабых мест в этой подготовке и определение новых и перспективных направлений подготовки.

Элемент целеполагания педагогического обеспечения подготовки кадров информатизации образования представляет виды деятельности ПР по определению содержания и описанию наполнения компонентов профессионально обусловленной структуры личности выпускника для системы кадров информатизации образования.

Элемент определения содержания педагогического обеспечения подготовки кадров информатизации образования представляет виды деятельности ПР по проектированию перечня и содержания конкретных предметных полей, блоков учебных дисциплин, учебных дисциплин как основного инструмента подготовки выпускников образовательных программ и специалистов, составляющих основу кадрового состава информатизации образования.

Элемент определения способов реализации на разных этапах содержания педагогического обеспечения подготовки кадров информатизации образования представляет виды деятельности ПР по определению иерархии этого содержания с учетом особенностей его реализации.

Группа блоков «Организация условий, оптимизирующих формирование социальности как интегративного качества личности, на основе дидактического процесса использования блоков»

Элемент определения «организационные форм реализации на разных этапах содержания педагогического обеспечения подготовки кадров информатизации образования» представляет виды деятельности ПР по определению эффективности традиционных и эффективности инновационных организационных форм обучения этому содержанию с учетом особенностей его реализации.

Элемент определения «организационные форм реализации на разных этапах содержания педагогического обеспечения подготовки кадров информатизации образования» представляет виды деятельности ПР по определению эффективности традиционных и эффективности инновационных средств обучения этому содержанию с учетом особенностей его реализации.

Элемент определения «организационные форм реализации на разных этапах содержания педагогического обеспечения подготовки кадров информатизации образования» представляет виды деятельности ПР по определению эффективности традиционных и эффективности инновационных методов обучения этому содержанию с учетом особенностей его реализации.

Элемент определения способов организации условий, оптимизирующих обоснования конкретных способов взаимосвязи, взаимообусловленности и взаимоактуализации имеющихся ресурсов педагогического обеспечения подготовки кадров информатизации образования представляет виды деятельности ПР по взаимоактуализации имеющихся ресурсов через структурирование определенным образом времени, пространства, количественного и качественного состава участников и их взаимодействия.

Структурная модель процесса педагогического обеспечения подготовки кадров информатизации образования по направлению специалитета представлена на рис. 3.2.

Рассмотренная структурная модель процесса педагогического обеспечения подготовки кадров информатизации образования реализована для ряда уровней образовательных программ среднего, среднего профессионального образования, высшего образования и специалитета [59–71].

3.6. Организация педагогического обеспечения подготовки кадров

На этапе изучения отношения ***«инновационная деятельность – организация педагогического обеспечения подготовки кадров информатизации образования»*** в данном контексте исследовано использование и трактовки понятия «***организация».***

Из множества трактовок естественно выделены описания, соответствующие направлению данного исследования. Именно рассмотрены варианты описаний в философском аспекте и, на согласно теории управления (см., напр. [52]), представляющие понятие «***организация»*** происходящим от греческого «ὄργανον – инструмент», французского «organisation – придаю стройный вид» и от латинских «organize» и «organizo», – организовывать» слова.

Определяющим смыслом этого понятия выделено то, что оно является составной частью той сферы знаний как управление. Деятельностной сутью организации выделено то, что она рассматривается как организация некоторой системы. При этом она направлена на соединение деятельности по целевому объединению ресурсов, координации деятельности отдельных элементов этой системы и одновременно на достижение взаимного соответствия функционирования частей этой системы.

Нами при таком подходе сущностью организации принят управленческий смысл, заключающийся в обеспечении выполнения решений с такой организационной стороны. Именно необходимы такие управленческие отношения между элементами управляемой системы, которые бы обеспечили наиболее эффективные связи между всеми элементами этой системы при распределении ответственности, полномочий и установлении взаимных связей между различными видами работ в системе.

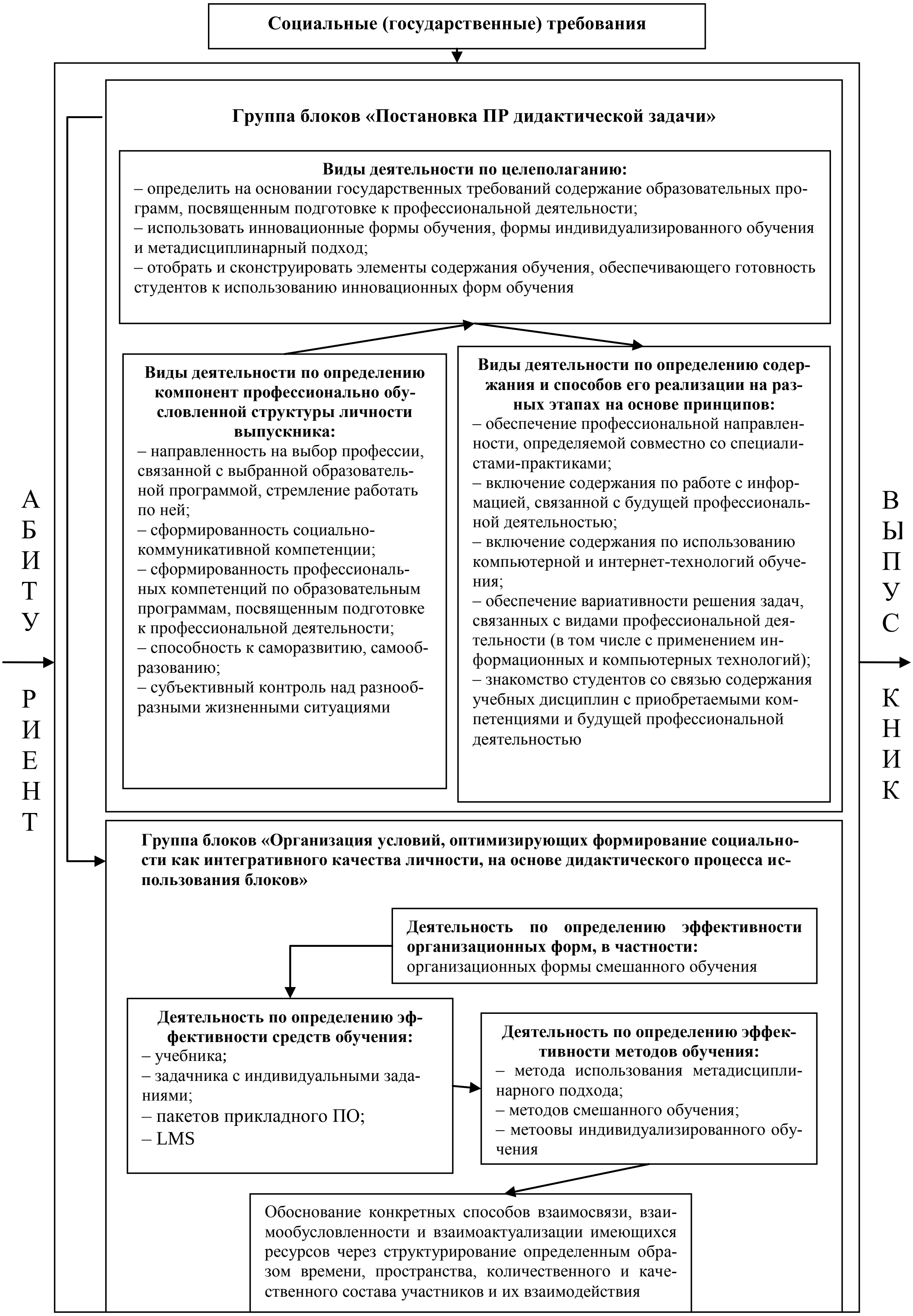

Рис. 3.2. Структурная модель процесса педагогического обеспечения подготовки кадров информатизации образования для подготовки по направлению специалитета

На основе такого подхода нами введено [72] понятие ***организация многоуровневой подготовки кадров ИРСО.*** Именно она рассмотрена в виде процесса, для целевого объединения ресурсов направленнных на выбор и осуществление целенаправленных действий при координации деятельности отдельных элементов системы многоуровневой подготовки кадров ИРСО и одновременно на достижение взаимного соответствия функционирования частей этой системы. Именно этот процесс направлен на координацию деятельности таких составляющих региональной системы образования как ее уровни. Одновременно он направлен на достижение взаимного соответствия функционирования частей системы многоуровневой подготовки кадров ИРСО и проектированию этой подготовки, причем при учете региональных особенностей, то есть экономико-географических, социально-культурных и технико-технологических условий.

Это позволило определить направления исследований и разработать состав теоретических аспектов по проектированию подготовки кадров ИРСО, содержащей разработку специальных нормативных требований организации ИО. Указана необходимость учета специфики условий реализации ИРСО, проектирования организации многоуровневой подготовки кадров ИРСО и использования для этого сетевых взаимодействий образовательных организаций. Выделенные принципы разработки инфраструктуры ИРСО, основанные на использовании и выделении умений сочетать на уровне региона как требований федеральной политики информатизации, так и политики требований внедрения инноватизации в сферу образования. В сформулированных требованиях по проектированию ИРСО приведено описание его составляющих, целей по обеспечению ИРСО, основой которых в качестве подготовки к инновационной деятельности выбрано формирования владение конструированием МСО. На основе использования совместных учебно-научных центров образовательных организаций высшего образования и научно-исследовательских учреждений описаны целевой этап проектирования и варианты документального обеспечения подготовки необходимых кадров в условиях совместной деятельности образовательных организаций высшего образования.

Набор этих теоретических аспектов проектирования подготовки кадров ИОО содержит описание влияния на этот процесс проектирования вида структуры специальных нормативных рекомендаций организации информатизации, описание использования региональной уровневости структуры образования, условий реализации процесса ИРСО. В частности выделены такие из принципов проектирования организации многоуровневой подготовки кадров ИРСО, как полноты описания явления, существенности выделения определяющих жизнедеятельность подготовки кадров систем, качественной научно-методической обеспеченности подготовки кадров ИРСО, эффективного целевого обеспечения ресурсами, открытости в избранных стратегиях подготовки кадров при взаимодействии образовательных организация с другими. Уделено внимание подходам разработки проектов информатизации сельской школы с использованием сетевых взаимодействий муниципальных образовательных организаций. Исследования привели к необходимости выделения и теоретического обоснования структуры этапа целеполагания проектирования подготовки кадров ИРСО.

Для обеспечения координации деятельности по подготовке кадров информатизации образования на уровнях системы образования разработаны принципы координации, обеспечивающие интеграцию образовательных содержаний на всех уровнях общеобразовательном, среднепрофессиональном, высшем образовании, координации организационно-методических материалов, включая учебные планы, образовательные программы различных уровней регионального образования, координацию нормативно-правовых указаний, разрабатываемых органами управления образованием, и региональных условий; использование специальных методов проектирования информатизации уровней РСО, в частности «каскадного» и с использованием метода базовых образовательных организаций. Для обеспечения соответствия содержания подготовки кадров ИРСО на уровнях общего образования, профессионального; высшего (ООП бакалавриата, магистратуры, специалитета), аспирантуры, докторантуры, на этой основе повышение квалификации, переподготовка и дополнительное образование в экономико-географических, социально-культурных и технико-технологических условиях выявлены специальные условия создания специальной региональной программы. Они посвящены согласованию всей работы по ИРСО, совместному выполнению работ в области подготовки кадров ИРСО с другими регионами, выделению и использованию специальных региональных центров ИРСО, нормативному разграничению и соответствию задач, функций и ответственности различных уровней управления образованием.

В таком контексте нами введено и понятие «***организация педагогического обеспечения подготовки кадров информатизации региональной системы образования*»,** под которым понимается процесс выбора и осуществления целенаправленной деятельности по:

- координации интеграционной деятельности и условий педагогического обеспечения подготовки кадров информатизации региональной системы;
- достижению взаимного соответствия функционирования составляющих педагогического обеспечения подготовки кадров информатизации региональной системы (функций, целей, видов, форм реализации);
- проектированию содержания педагогического обеспечения подготовки кадров информатизации региональной системы в условиях реализации конкретного направления подготовки.

Педагогическое обеспечение подготовки кадров информатизации региональной системы образования представляется системным набором педагогических обеспечений составляющих видов деятельности подготовки кадров информатизации региональной системы по видам, уровням и направлениям. Рассмотрим пример варианта описания постоянно актуального понятия, как «самостоятельная работа обучаемого высшего образования (ВО)».

Современные исследования показывают, что понятие «самостоятельная работа обучаемого» многозначно и многоаспектно. Будем понимать ***самостоятельную работу обучаемого ВО*** в виде специальной системной совокупности организуемых педагогическим работником условий формирования профессиональных компетенций, использования в качестве дидактического средства, направленного на развитие у обучаемого готовности к профессиональному самообразованию посредством дисциплин учебного плана с партнерским участием педагогического работника в планировании и осмысливанию достижений конкретных результатов этой самостоятельной работы при: контакте педагогическим работником; в его отсутствии; в совместном творчестве при решении поставленных задач.

В этой связи «***организация самостоятельной работы обучаемого ВО***» понимается как выбор и осуществление целенаправленных действий, направленных на:

- координацию видов интеграции учебной деятельности и условий, обеспечивающих обучение, партнерство, сотворчество и контакты обучаемого с педагогическим работником;
- достижение взаимного соответствия при функционировании функций, целей, видов, форм реализации, составляющих самостоятельную работу:
- проектирование содержания этой деятельности для конкретного направления подготовки кадров.

Опыт осуществления координации видов интеграции учебной деятельности и условий, обеспечивающих обучение, партнерство, сотворчество и контакты обучаемого с педагогическим работником позволил выделить следующие ***принципы видов интеграции учебной деятельности и условий самостоятельной работы обучаемого ВО***:

- принцип выделения на занятиях в деятельности обучаемого содержательной линии, направленной на определение и реализацию стиля своей профессиональной деятельности с применением средств ИКТ;
- принцип целесообразного использования смешанного обучения вида «blended learning» при преподавании учебных дисциплин при применении дистанционных образовательных технологий (ДОТ;
- принцип применения в деятельности обучаемого и педагогического работникам рекомендаций;

- принцип использования информации информационно-коммуникационной предметной среды будущей профессиональной деятельности при интерактивном информационном взаимодействии обучаемого и объектов этой среды, отображающих закономерности и особенности данной предметной области.

Из опыта работы по достижению взаимного соответствия при функционировании функций, целей, видов, форм реализации, составляющих самостоятельную работу, выделены следующими методы достижения этого ***взаимного соответствия самостоятельной работы обучаемого ВО***:

- метод соответствия составляющих самостоятельную работу на основе выявления отношений компонентов компетентностного и модульного подходов;
- метод реализации информационно-деятельностной модели обучения определения при определении предмета исследования обучаемого слушателя в выбранном объекте;
- метод выделения информационной составляющей во всех видах деятельности обучаемого.

При проектировании содержания самостоятельной деятельности для конкретного направления подготовки кадров выделены такие подходы проектирования, как:

- подход выделения отношений между информационно-коммуникационной предметной средой и выбранной профессиональной деятельностью на основе авторского стиля профессиональной деятельности;
- подход выделения целесообразных отношений между потенциальными возможностями информатизации и умениями разработки технологий их применения в образовании;
- подход деятельности по этапам: разработка достаточного набора вариантов получения результатов; обоснованного эффективного небобходимого для реализации;
- подход использования особенностей навигации в информационно-коммуникационной предметной среде.

3.7. Выводы по главе 3

В работе представлен вариант исследования научно-методических подходов подготовки кадров информатизации системы образования. Основой выбрана организация педагогического обеспечения подготовки кадров информатизации региональной системы образования. Описаны этапы исследования через выявление отношений следующих выделенных понятий: ***«информатизация региональной системы образования – подготовка кадров информатизации образования – педагогическая***

практика – практическая деятельность педагогических работников – педагогическое обеспечение – моделирование – структурная модель процесса педагогического обеспечения подготовки кадров информатизации образования – развитие способности педагогических работников к гибкому выбору элементов методической системы обучения в условиях информационно-образовательной среды – инновационная деятельность – организация педагогического обеспечения подготовки кадров информатизации образования».

Отношения ***«информатизация региональной системы образования – подготовка кадров информатизации образования»*** описано через выделение специальной иерархии основных понятий структуры информатизации региональной системы образования с определением в ней места для подготовки кадров информатизации образования.

В качестве основы отношений ***«педагогическая практика – практическая деятельность педагогических работников – педагогическое обеспечение – моделирование – структурная модель процесса педагогического обеспечения подготовки кадров информатизации»*** образования рассмотрен феномен «педагогическая практика» как определяющей виды основных направлений и форм развития педагогики. В педагогической практике всех участников системы образования рассмотрена педагогическая практика, представленная в виде непосредственной деятельности педагогических работников с предъявлением своих требований как к субъектам и объектам педагогического процесса, к его качеству, к теории и методологии педагогики. При этом выделено направление подготовки кадров информатизации образования на выделении в ней именно практической деятельности педагогических работников.

Выделена важная особенность отношения ***«структурная модель процесса педагогического обеспечения подготовки кадров информатизации образования – развитие способности педагогических работников к гибкому выбору элементов методической системы обучения в условиях информационно-образовательной среды – инновационная деятельность»***, заключающаяся в необходимости учитывать распространение и внедряемость средств ИКТ во все виды деятельности как в процессе обучения, так и в профессиональной деятельности как педагогических работников, так и выпускников. Тогда выделено то, что во всех видах такой деятельности естественно выделяются характеристики инновационной деятельности и, в связи с этим, необходимость использования закономерностей науки инноватики в педагогическом обеспечении подготовки кадров информатизации образования.

Педагогическое обеспечение подготовки кадров информатизации образования рассмотрено как специальный вид педагогической деятельности по определению элементов системы, содержащей педагогические основания, структуру и содержание подготовки кадров информатизации образования, выявлению функционального назначения каждого из этих элементов, установления взаимосвязей их функций в определенных организационно-педагогических условиях, способствующих достижения поставленной цели. Представлена структурная модель процесса педагогического обеспечения подготовки кадров информатизации образования по направлению специалитета.

На этапе исследования ***«инновационная деятельность – организация педагогического обеспечения подготовки кадров информатизации образования»*** выявлена необходимость использования нормативных ресурсов, основанных на реализации региональных особенностей в конкретной практической деятельности всех участников информатизации образования. Такой подход обоснован на рассмотрении мировых тенденций развития образования и влияния на него ряда внешних систем, в качестве которых рассмотрены некоторые варианты внешних систем, использующие феномен «***региональность***». Это позволяет выделять направления для разработки содержания авторских методических систем образования учебных дисциплин на основе региональных особенностей.

На этапе изучения отношения ***«инновационная деятельность – организация педагогического обеспечения подготовки кадров информатизации образования»*** в исследовано использование и трактовки понятия «***организация».*** На этой основе представлены следующий ряд понятий. ***Организация многоуровневой подготовки кадров информатизации региональной системы образования*** рассмотрена в виде процесса, для целевого объединения ресурсов направлен на выбор и осуществление целенаправленных действий при координации деятельности отдельных элементов системы многоуровневой подготовки кадров ИРСО и одновременно на достижение взаимного соответствия функционирования частей этой системы.

Введено и понятие «***организация педагогического обеспечения подготовки кадров информатизации региональной системы образования*»,** под которым понимается процесс выбора и осуществления целенаправленной деятельности по:

- координации интеграционной деятельности и условий педагогического обеспечения подготовки кадров информатизации региональной системы;
- достижению взаимного соответствия функционирования составляющих педагогического обеспечения подготовки кадров

информатизации региональной системы (функций, целей, видов, форм реализации);

- проектированию содержания педагогического обеспечения подготовки кадров информатизации региональной системы в условиях реализации конкретного направления подготовки.

Опыт реализации рассмотренного описания организации педагогического обеспечения подготовки кадров информатизации региональной системы образования представлен в приведенном списке работ автора и его учеников (Т. О. Вышинская, А. П. Исакова, М. А. Кислякова, И. А. Кочубей, Д. А. Лучанинов, А. В. Никитенко).

Библиографический список к главе 3

1. Роберт И. В. Современное состояние информатизации отечественного образования: фундаментальные и прикладные исследования . Информатизация образования – 2017: сборник материалов международной научно-практической конференции (Чебоксары, 15 июня – 17 июня 2017 года). Чебоксары: Чуваш. гос. пед. ун-т, 2017. С. 3–29.

2. Поличка А. Е. Научно-методические основы создания инфраструктуры подготовки кадров информатизации региональной системы образования (на примере Хабаровского края): монография. Хабаровск: Изд-во ДВГУПС, 2011. 114 с.

3. Поличка А. Е. Проектирование методических систем инфраструктуры комплексной, многоуровневой и многопрофильной подготовки кадров информатизации региональной системы образования: монография. Хабаровск: Изд-во ДВГУПС, 2014. 119 с.

4. Поличка А. Е. Особенности проектирования инновационной инфраструктуры подготовки кадров информатизации региональной системы образования в условиях функционирования информационно-коммуникационной предметной среды: монография. Хабаровск: Изд-во ДВГУПС, 2015. 86 с.

5. Поличка А. Е. Региональные особенности в преподавании информатических дисциплин на уровне общего и высшего образования // Современные тенденции развития информатики в школе и в вузе: [монография] / Н. П. Табачук, А. Е. Поличка, И. Ю. Духовникова и др.; [науч. ред. Т. А. Тимошенко]. Хабаровск: Изд-во Тихоокеан. гос. ун-та, 2018. 199 с.

6. Поличка А. Е. Научно-методические основы создания инфраструктуры подготовки кадров информатизации региональной системы образования (на примере Хабаровского края): монография. Хабаровск: Изд-во ДВГУПС, 2011. 114 с.

7. Лапчик М.П. Структура и методическая система подготовки кадров информатизации школы в педагогических вузах: дис…д-ра пед. наук, М., 1999. 82 с.

8. Ершов А. П.. Избранные труды. Новосибирск, ВО «Наука», 1994. С. 360.

9. Жданов С. А., Каракозов С. Д. Подготовка, переподготовка и повышение квалификации работников образования в области информатизации / С. А. Жданов,. [Электронный ресурс]. URL: http://pedsovet.alledu.ru/files0/files1/files629/files636/docs/ksd.doc (дата обращения: 18.01.2018).

10. Там же.

11. Лапчик М. П. Подготовка кадров информатизации образования– важнейшая стратегическая задача высшей профессиональной школы / М. П. Лапчик, 2004. [Электронный ресурс]. URL: http://www.omsu.ru/conference/tesises/00193_1.doc (дата обращения: 18.01.2018).

12. Государственные образовательные стандарты высшего профессионального образования (ГОС ВПО). [Электронный ресурс]. URL: http://www.edu.ru/db/portal/spe/index.htm (дата обращения: 18.01.2018).

13. Лапчик М. П. Методист-организатор информатизации образования: новая специальность для педагогических вузов / М. П. Лапчик, И. В. Роберт, В. В. Котенко и др. // Модернизация педагогического образования в Сибири: проблемы и перспективы. Часть I: Сборник научных статей. Омск: Изд-во ОмГПУ, 2002. С.91–97.

14. Поличка А. Е. Анализ опыта осуществления информатизации общего образования в Дальневосточном федеральном округе: монография Хабаровск, ХГПУ, 2002. 140 с.

15. Поличка А. Е. Теоретические аспекты реализации информатизации общего образования в Дальневосточном регионе: проблемы проектирования и осуществления в контексте реализации государственной политики информатизации: монография Часть 1. М.: ИИО РАО. 2003. 129 с.

16. Поличка А. Е. Практикум по теории и методике обучения информатике (технологический аспект обеспечения информатизации образования в регионе). Ч. 1. Ч. 2. Хабаровск: ХК ИППК ПК, 2005. 2005. Ч. 1. 101 с.; Ч. 2. 120 с.

17. Поличка А. Е. Информационная подготовка учителей информатики в условиях интенсификации инновационной деятельности // Успехи современного естествознания. М.: Изд-во «Академия Естествознания», 2005. № 3. С. 70-72.

18. Система подготовки педагогических кадров. [Электронный ресурс]. URL: https://studopedia.su/15_47565_sistema-podgotovki-pedagogicheskih-kadrov.html (дата обращения: 18.01.2018).

19. Роберт И. В., Козлов О. А. Концепция комплексной, многоуровневой и многопрофильной подготовки кадров информатизации образования. М.: ИИО РАО, 2005. 35 с.

20. Казаринов А. С., Хорошева Т. Б. Региональная адаптация образовательного стандарта. Глазов, 2003. С. 130.

21. Поличка А. Е. Технологии оптимизации информационных потребностей региональной системы образования // Современные наукоёмкие технологии. М.: Изд-во «Академия Естествознания», 2004. № 2. С. 110–112.

22. Поличка А. Е. Информатизация региональных систем образования как инновационный проект // Фундаментальные исследования. М.: Изд-во «Академия Естествознания», 2005. № 1. С. 40.

23. Поличка А. Е. Организационно-педагогическое обеспечение развития информатизации региональных систем образования (на примере Дальневосточного федерального округа) // Информатика и образование. 2006. № 2. С. 117–119.

24. Поличка А. Е. Реализация инновационного проектирования системы региональной информационной подготовки на примере Хабаровского края // Информатика и образование. 2006. № 12. С. 119–121.

25. Поличка А. Е. Научно-методическое обеспечение многоуровневой подготовки кадров для региональной системы информатизации общего образования // Педагогическая информатика. 2006. № 4. С. 69–73.

26. Лавина Т. А. Совершенствование системы непрерывной подготовки учителей в области средств информационных и коммуникационных технологий в профессиональной деятельности: дис. … д-ра пед. наук. М., 2006. 311 с.

27. Матросов В. Л., Жданов С. А., Каракозов С. Д. и др. Перспективы развития предметной подготовки учителей информатики. [Электронный ресурс]. URL: http://www.it-education.ru/2006/reports/Karakozov.htm (дата обращения: 18.01.2018).

28. Лапчик М. П. Подготовка педагогических кадров в условиях информатизации образования: учебное пособие. [Электронный ресурс]. URL: http://files.lbz.ru/pdf/cC2100-1-ch.pdf (дата обращения: 18.01.2018).

29. Современные проблемы информатизации образования: монография / рук. авторского коллектива и отв. редактор академик РАО, д-р пед. наук, проф. М. П. Лапчик. Омск :Изд-во ОмГПУ, 2017. 404 с. [Электронный ресурс]. URL:
http://www.omgpu.ru/sites/default/files/files/newsimages/6409/lapchik_i_dr_monografiya.pdf (дата обращения: 18.01.2018).

30. Роберт И. В. Современное состояние информатизации отечественного образования: фундаментальные и прикладные исследования // Информатизация образования – 2017: сборник материалов международной

научно-практической конференции (Чебоксары, 15 июня – 17 июня 2017 года). Чебоксары: Чуваш. гос. пед. ун-т, 2017. С. 3–29.

31. Тимонин А. И. Концептуальные основы социально-педагогического обеспечения профессионального становления студентов вуза. Кострома, 2007. 216 с.

32. Измайлова В. В. Педагогическое обеспечение: сущность и структура понятия // Ярославский педагогический вестник. 2012. № 2. Том II. С. 11–14.

33. Поличка А. Е. Информатизация региональных систем образования как инновационный проект // Фундаментальные исследования. М.: Изд-во «Академия Естествознания», 2005. № 1. С. 40.

34. Поличка А. Е. Информационная подготовка учителей информатики в условиях интенсификации инновационной деятельности // Успехи современного естествознания. М.: Изд-во «Академия Естествознания», 2005. № 3. С. 70-72.

35. Поличка А. Е. Особенности проектирования инновационной инфраструктуры подготовки кадров информатизации региональной системы образования в условиях функционирования информационно-коммуникационной предметной среды: монография. Хабаровск: Изд-во ДВГУПС, 2015. 86 с.

36. Поличка А. Е. Разработка методических систем в информационно-коммуникационных предметных средах: монография / А. Е. Поличка, М. А. Кислякова, Д. В. Лучанинов, А. В. Никитенко. Хабаровск: Изд-во Тихоокеан. гос. ун-та, 2017. 164 с.

37. Поличка А. Е. Технологическая подготовка методических систем в информационно-коммуникационных предметных средах: монография. Хабаровск : Изд-во Тихоокеан. гос. ун-та, 2017. 168 с.

38. Роберт И. В. Современное состояние информатизации отечественного образования: фундаментальные и прикладные исследования // Информатизация образования – 2017: сборник материалов международной научно-практической конференции (Чебоксары, 15 июня – 17 июня 2017 года). Чебоксары: Чуваш. гос. пед. ун-т, 2017. С. 3–29.

39. Поличка А. Е., Никитенко А. В. Методические системы обучения в региональной системе подготовки кадров образования // Педагогическое образование и наука. 2010. №11. С. 63–66.

40. Поличка А. Е. Проектирование методических систем инфраструктуры комплексной, многоуровневой и многопрофильной подготовки кадров информатизации региональной системы образования: монография. Хабаровск: Изд-во ДВГУПС, 2014. 119 с.

41. Поличка А. Е. Разработка методических систем в информационно-коммуникационных предметных средах: монография / А. Е. Поличка,

М. А. Кислякова, Д. В. Лучанинов и др. Хабаровск: Изд-во Тихоокеан. гос. ун-та, 2017. 164 с.

42. Поличка А. Е. Технологическая подготовка методических систем в информационно-коммуникационных предметных средах: монография. Хабаровск: Изд-во Тихоокеан. гос. ун-та, 2017. 168 с.

43. Поличка А. Е. Подходы и принципы подготовки будущих специалистов связи с общественностью к использованию информационных и коммуникационных технологий // Прикладная информатика. 2010. № 2 (26). С. 2–12.

44. Поличка А. Е., Кочубей И. А. Влияние психолого-педагогического тестирования на качество подготовки специалистов в условиях гуманитарного вуза // Педагогическое образование и наука. 2011. № 5. С. 75–79.

45. Поличка А. Е., Исакова А. П. Подходы проектирования содержания организации самостоятельной работы обучаемых в условиях формирования специальных профессиональных компетенций // Педагогическое образование и наука. 2012. №7. С. 74–77.

46. Поличка А. Е. Подходы применения сетевой обучающей среды по использованию средств информационных и коммуникационных технологий в профессиональной деятельности // Образовательные технологии и общество. 2015. Т. 18. № 1. С. 427–439.

47. Поличка А. Е., Лучанинов Д. А. Творческая инициатива студентов бакалавриата на основе интерактивности информационно-образовательной среды // Образовательные технологии и общество. 2015. Т. 18. № 3. С. 436–451.

48. Поличка А. Е. Кислякова М. А. Реализация педагогического потенциала математических дисциплин в подготовке бакалавров гуманитарных направлени // Педагогическое образование и наука. 2016. № 2. С. 114–118.

49. Поличка А. Е. Кислякова М. А. Принципы отбора содержания обучения бакалавров для реализации педагогического потенциала математических дисципл // Сибирский педагогический журнал. 2017. №3. С. 71–74.

50. Соколов А. В. Система информационно-коммуникационных наук // НТИ. Сер. 2. 1985. № 4. С. 1–9.

51. Поличка А. Е. Региональные особенности в преподавании информатических дисциплин на уровне общего и высшего образования // Современные тенденции развития информатики в школе и в вузе: [монография] / Н. П. Табачук, А. Е. Поличка, И. Ю. Духовникова и др.; [науч. ред. Т. А. Тимошенко]. Хабаровск : Изд-во Тихоокеан. гос. ун-та, 2018. 199 с.

52. Там же.

53. Там же.

54. Поличка А. Е. Технологии оптимизации информационных потребностей региональной системы образования // Современные наукоёмкие технологии. М.: Изд-во «Академия Естествознания», 2004. № 2. С. 110–112.

55. Поличка А. Е. Организационно-педагогическое обеспечение развития информатизации региональных систем образования (на примере Дальневосточного федерального округа) // Информатика и образование. 2006. № 2. С. 117–119.

56. Поличка А. Е. Принцип реализации федеральных целей разработки методического обеспечения подготовки к использованию информационных технологий // Успехи современного естествознания. 2010. № 3. С. 93–96.

57. Поличка А. Е. Подходы и принципы подготовки будущих специалистов связи с общественностью к использованию информационных и коммуникационных технологий // Прикладная информатика. 2010. № 2 (26). С. 2–12.

58. Измайлова В. В. Педагогическое обеспечение: сущность и структура понятия // Ярославский педагогический вестник. 2012. № 2. Том II. С. 11–14.

59. Вышинская Т. О., Поличка А. Е. Мультимедиа технологии для формирования дизайн-компетенций при подготовке специалистов среднего звена в сфере обслуживания // Образовательные технологии и общество . 2011. Т. 14. № 4. С. 296–315.

60. Информационные и коммуникационные технологии в психолого-педагогическом сопровождении детей с ограниченными возможностями: монография / И. А. Алтухова, Н. М. Байков, Т. В. Бармина и др. / под общ. ред. В. А. Кузнецова. Хабаровск: Изд-во ДВАГС, 2007. 185 с.

61. Информационные и коммуникационные технологии в социализации и социальной адаптации детей с ограниченными возможностями: монография / И. А. Алтухова, А. Е. Будо, Н. Н. Бысторова и др. / под общ. ред. В. А. Кузнецова. Хабаровск: Изд-во ДВАГС, 2008. 228 с.

62. Обучение в системе дистанционно распределенных учебных групп гибридного интеллекта: монография / В. В. Кузнецов, А. Е. Горбачев, Е. В. Клыгина и др. / под общ. ред. В. А. Кузнецова. Воронеж: Воронежская областная типография «Издательство им. Е.А. Болховитинова», 2007. 338 с.

63. Поличка А. Е. Формализация и моделирование: региональный аспект. Хабаровск: Изд-во ХК ИППК ПК. 2003. 104 с.

64. Поличка А. Е. Практикум по теории и методике обучения информатике (технологический аспект обеспечения информатизации образования в регионе). Ч. 1. Ч. 2. Хабаровск: ХК ИППК ПК, 2005. Ч. 1. 101 с.; Ч. 2. 120 с.

65. Поличка А. Е. Подходы и принципы подготовки будущих специалистов связи с общественностью к использованию информационных и коммуникационных технологи // Прикладная информатика. 2010. № 2 (26). С. 2–12.

66. Поличка А. Е., Исакова А. П. Подходы проектирования содержания организации самостоятельной работы обучаемых в условиях формирования специальных профессиональных компетенций // Педагогическое образование и наука. 2012. № 7. С. 74–77.

67. Поличка А. Е., Лучанинов Д. А. Творческая инициатива студентов бакалавриата на основе интерактивности информационно-образовательной среды // Образовательные технологии и общество. 2015. Т. 18. № 3. С. 436–451.

68. Поличка А. Е., Кислякова М. А. Реализация педагогического потенциала математических дисциплин в подготовке бакалавров гуманитарных направлений // Педагогическое образование и наука. 2016. № 2. С. 114–118.

69. Поличка А. Е. Разработка методических систем в информационно-коммуникационных предметных средах: монография / А. Е. Поличка, М. А. Кислякова, Д. В. Лучанинов, А. В. Никитенко. Хабаровск: Изд-во Тихоокеан. гос. ун-та, 2017. 164 с.

70. Поличка А. Е. Кислякова М. А. Принципы отбора содержания обучения бакалавров для реализации педагогического потенциала математических дисциплин // Сибирский педагогический журнал. 2017. № 3. С. 71–74.

71. Raisa I. Platonova, Larisa P. Lazareva, Anatoly M. Pechenyuk, Anatoly E. Polichka, Aleksandr I. Ikonnikov, Natalya V. Semenova, Ekaterina K. Dvoryankina, Leonid V. Blinov, Alexey V. Bastrikov Didactic Possibilities of Formation of University Students Professionally Signifi cant Personal Qualities // International Review of Management and Marketing, 2016, 6 (S2) 1-5. S. 92–96.

72. Поличка А. Е. Организационно-педагогическое обеспечение развития информатизации региональных систем образования (на примере Дальневосточного федерального округа) // Информатика и образование. 2006. № 2. С. 117–119.

ГЛАВА 4
МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ ТЕМЫ «ЦЕПНЫЕ ДРОБИ» КУРСА ТЕОРИИ ЧИСЕЛ СТУДЕНТАМИ НАПРАВЛЕНИЯ ПОДГОТОВКИ 44.03.05 «ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ»

О. А. Малыхина*

** Кандидат педагогических наук, доцент кафедры математики и информационных технологий.*
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Тихоокеанский государственный университет», г. Хабаровск

Теория чисел занимает важное место в системе математического образования в высшей школе, она тесно связана с основными математическими курсами: алгебра, математический анализ, дискретная математика и др.

Представленные учебно-методические материалы являются дидактическим средством, обеспечивающим изучение темы «Цепные дроби» дисциплины «Теория чисел».

Существует достаточный объем учебной и методической литературы для изучени студентамия курса теории чисел, в частности, источники из списка литературы [1–7], но, ввиду сокращения часов на аудиторное обучение, остро чувствуется необходимость в систематизации учебно-методического материала по темам, которые бы сопровождались четким выделением понятийного аппарата, примерами решения типовых и нестандартных задач, контрольными вопросами и заданиями для самостоятельного решения.

Предлагаемый учебно-методический материал систематизирован и структурно состоит из двух частей, содержащих четыре пункта и заключение; в них представлен теоретический и методический материал, относящийся к теории цепных дробей как конечных, так и бесконечных, а также их приложений. Здесь рассмотрены цепные дроби как аппарат представления вещественных чисел, а также решения нелинейных диофантовых уравнений, в частности решение уравнения Пелля. Каждый параграф при этом снабжён достаточным количеством образцов решенных задач.

Руководствуясь необходимостью активизации студентов к самостоятельной учебной деятельности, предлагаются контрольные вопросы и задания для самостоятельной работы, что методически важно для студентов различных форм обучения.

Данный учебно-методический материал будет особенно ценным для студентов заочной формы обучения, а в общем он адресован студентам, обучающимся по направлению подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование» двух профилей обучения: «Математика», «Информатика».

4.1. Элементы теории цепных дробей

4.1.1. Конечные цепные дроби

При решении многих математических и практических задач приходится заменять действительные числа их приближенными значениями. Естественно, что при этом стоит задача обеспечения необходимой точности вычислений.

Математические конструкции, которые будут рассмотрены во второй главе и в этом параграфе, позволяют находить такие приближения действительных чисел.

Рациональные числа можно задавать в разной форме. Например, в виде дроби $\frac{a}{b}$, где a – число целое, b – натуральное, или в виде десятичной дроби, причем эта дробь может быть как конечной, так и бесконечной. Существует еще один способ записи рационального числа.

Определение 1.1.1. Конечной цепной дробью называется выражение вида:

$$a_0+\cfrac{1}{a_1+\cfrac{1}{a_2+\cfrac{1}{a_3+\ldots+\cfrac{1}{a_{n-1}+\cfrac{1}{a_n}}}}}=(a_0;\,a_1,\,a_2,\;\ldots\;,a_n) \qquad (1.1)$$

a_0 – целое число; a_1, a_2, … , a_n – целые неотрицательные числа, причем $a_n \neq 1$.

Замечание.

Условимся далее называть цепную дробь $r_k = (a_k;\ a_{k+1},\ \ldots\ ,\ a_n)$ остатком цепной дроби вида (1.1).

Непосредственно из определения конечной цепной дроби имеем следующее равенство:

$$(a_0;\ a_1,\ a_2,\ \ldots,\ a_n) = (a_0;\ a_1,\ a_2,\ \ldots,\ a_{k-1},\ r_k) \quad (0 \le k \le n) \qquad (1.2)$$

На первый взгляд необычный вид записи такой дроби естественным образом получается, когда к числам a и b применяют алгоритм Евклида. Числа a_0, a_1, a_2, … , a_n есть неполные частные в алгоритме Евклида.

Пусть $\frac{a}{b}$ – рациональное число. Применим к числам a и b алгоритм Евклида: $a=ba_0+r_1;\ b=r_1a_1+r_2;\ r_1=r_2a_2+r_3;\ \ldots\ r_{n-2}=r_{n-1}a_{n-1}+r_n;\ r_{n-1}=r_na_n$.

Поделим первое равенство на b, второе – на r_1, третье – на r_2, … , n -ое равенство на r_{n-1} и (n+1) - ое – на r_n. Получим:

$$\frac{a}{b}=a_0+\frac{r_1}{b};\qquad \frac{b}{r_1}=a_1+\frac{r_2}{r_1};\qquad \frac{r_1}{r_2}=a_2+\frac{r_3}{r_2};\quad \dots;\quad \frac{r_{n-2}}{r_{n-1}}=a_{n-1}+\frac{r_n}{r_{n-1}};\quad \frac{r_{n-1}}{r_n}=a_n$$

(1.3)

Из второго равенства формул (1.3) выразим отношение $\frac{r_1}{b}$ и подставим в первое равенство, получим:

$$\frac{a}{b}=a_0+\cfrac{1}{a_1+\cfrac{r_2}{r_1}} \qquad (1.4)$$

Далее из третьего выразим $\frac{r_2}{r_1}$ и подставим в равенство (1.4), получим:

$$\frac{a}{b}=a_0+\cfrac{1}{a_1+\cfrac{1}{a_2+\cfrac{r_3}{r_2}}}.$$

Продолжая аналогично, получим выражение (1.1).

Таким образом, справедливы следующие теоремы.

Теорема 1.1.2. Всякое рациональное число может быть представлено в виде конечной цепной дроби.

Теорема 1.1.3. Представление рационального числа в виде непрерывной дроби такой, что последнее неполное частное, отличное от 1, единственное.

Теорема 1.1.4. Всякая конечная цепная дробь есть рациональное число.

Замечание.

Строгое математическое доказательство этих утверждений будет приведено чуть позже, когда будет сформулировано общее утверждение о представлении действительного числа цепной дробью.

П р и м е р 1.1.

Разложить число $\frac{985}{533}$ в конечную цепную дробь при помощи алгоритма Евклида.

Решение. Применяя к числу $\frac{985}{533}$ алгоритм Евклида, получим:

$$985 = 533 \cdot 1 + 452 \qquad 34 = 13 \cdot 2 + 8$$
$$533 = 452 \cdot 1 + 81 \qquad 13 = 8 \cdot 1 + 5$$
$$452 = 81 \cdot 5 + 47 \qquad 8 = 5 \cdot 1 + 3$$
$$81 = 47 \cdot 1 + 34 \qquad 5 = 3 \cdot 1 + 2$$
$$47 = 34 \cdot 1 + 13 \qquad 3 = 2 \cdot 1 + 1$$
$$2 = 1 \cdot 2$$

Тогда $\frac{985}{533}$= [1; 1, 5, 1, 1, 2, 1, 1, 1, 1, 2].

Контрольные вопросы

1. Что называется конечной цепной дробью?
2. Может ли a_0 быть отрицательным числом?
3. Может ли a_0 быть равно нулю?
4. $\frac{a}{b}$ – рациональное число. Как связаны числа a_0, a_1, a_2, … , a_n с этим рациональным числом?
5. $\frac{a}{b} = a_0 + \cfrac{1}{a_1 + \cfrac{1}{a_2 + \cfrac{1}{a_3 + \ldots + \cfrac{1}{a_{n-1} + \cfrac{1}{a_n}}}}}$. Как могут быть найдены числа a_0, a_1, a_2, … , a_n?
6. Если дана конечная цепная дробь вида (1.1) как найти рациональной число, которое она задает?

Примеры решения задач

Задача 1. Разложить рациональное число в конечную цепную дробь:

а) $\frac{95}{42}$ б) $-\frac{95}{42}$ в) $\frac{42}{95}$

Решение. Любую обыкновенную дробь $\frac{a}{b}$ можно разложить в конечную цепную дробь, применив к числителю и знаменателю дроби алгоритм Евклида.

Числа $a_0, a_1, \ldots, a_n$ – это неполные частные в алгоритме Евклида.

Отсюда ясно, что a_0 может быть положительным, отрицательным числом и нулем в зависимости от вида дроби, но $a_1, \ldots, a_n$ – это положительные числа, причем $a_n \neq 1$. В случае, когда дробь правильная, $a_0 = 0$.

При разложении отрицательной дроби знак «минус» относят к числителю, и поэтому a_0 будет отрицательным числом.

Рассмотрим все три случая: а) применим к числам 95 и 42 алгоритм Евклида:

_95 | 42
84   2 = a_0
_42 | 11
33   3 = a_1
_11 | 9
9   1 = a_2
_9 | 2
8   4 = a_3
_2 | 1
2   2 = a_4
0

Тогда: $\dfrac{95}{42} = 2 + \cfrac{1}{3 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{2}}}} = (2; 3, 1, 4, 2)$;

б) применим алгоритм Евклида к числам –95 и 42:

_–95 | 42
–126   –3 = a_0
_42 | 31
31   1 = a_1
_31 | 11
22   2 = a_2
_11 | 9
9   1 = a_3
_9 | 2
8   4 = a_4
_2 | 1
2   2 = a_5
0

Тогда:

$$-\frac{95}{42} = -3 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{2}}}}}$$

$= (-3; 1, 2, 1, 4, 2)$

в) применим алгоритм Евклида к числам 42 и 95:

_42 | 95
0   0 = a_0
_95 | 42
84   2 = a_1
_42 | 11
33   3 = a_2
_11 | 9
9   1 = a_3
_9 | 2
8   4 = a_4
_2 | 1
2   2 = a_5
0

Тогда:

$$\frac{42}{95}=0+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{2}}}}}=(0;\,2,3,1,4,2).$$

Задания для самостоятельной работы

Разложить обыкновенные дроби в конечные цепные:

а) $\frac{25}{14}$; б) $\frac{41}{17}$; в) $-\frac{56}{13}$; г) $\frac{2}{19}$; д) $\frac{8}{25}$; е) $-\frac{22}{117}$; ж) $-\frac{79}{41}$.

4.1.2. Подходящие дроби и их свойства

Определение 1.2.1. *к*-ой подходящей дробью для цепной дроби $(a_0;a_1,a_2,\ldots,a_n)$ называется цепная дробь вида $(a_0;a_1,a_2,\ldots,a_k)$, где $k\le n$.

Замечания:

1) по определению 1.2.1 нулевой подходящей дробью к дроби (1) является число a_0;

2) (k+1)-я подходящая дробь может быть получена из k-ой в результате замены элемента a_k на $a_k+\frac{1}{a_{k+1}}$;

3) дроби с четными индексами 0, 2, … будем называть дробями четного порядка, дроби с нечетными индексами 1, 3, … – нечетного порядка.

Пример 1.2. Пусть (4; 3, 2, 7, 4, 2) – конечная цепная дробь. Тогда (4; 3, 2, 7) – третья подходящая дробь.

Сформулируем свойства подходящих дробей, которые в дальнейшем будут использоваться для их нахождения.

Рассмотрим две последовательности чисел: $P_0, P_1, \ldots, P_k$ и $Q_0, Q_1, \ldots, Q_k$, которые непосредственно связаны с конечной цепной дробью $(a_0;a_1,a_2,\ldots,a_n)$ и определяются следующими рекуррентными соотношениями:

$$\begin{array}{ll}
P_0=a_0; & Q_0=1; \\
P_1=a_0a_1+1; & Q_1=a_1; \\
P_2=P_1a_2+a_0; & Q_2=Q_1a_2+1; \qquad (2.1)\\
\ldots\ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots\ldots \\
P_k=P_{k-1}a_k+P_{k-2}; & Q_k=Q_{k-1}a_k+Q_{k-2};
\end{array}$$

где $k\in\{2,\ 3,\ \ldots,\ n\}$.

Теорема 1.2.2. Для любой подходящей дроби A_k к конечной цепной дроби (1.1) имеет место равенство $A_k = \frac{P_k}{Q_k}$ для всех $k = 0, 1, \dots, n$.

Доказательство. Проведем методом математической индукции.

Если $k = 0$, имеем: $A_0 = a_0 = \frac{a_0}{1} = \frac{P_0}{Q_0}$ – верно. Если $k = 1$, имеем:

$A_1 = a_0 + \frac{1}{a_1} = \frac{a_0 a_1 + 1}{a_1} = \frac{P_1}{Q_1}$ – верно. Если $k = 2$, имеем:

$$A_2 = a_0 + \frac{1}{a_1 + \frac{1}{a_2}} = a_0 + \frac{1}{\frac{a_1 a_2 + 1}{a_2}} = a_0 + \frac{a_2}{a_1 a_2 + 1} = \frac{a_0(a_1 a_2 + 1) + a_2}{a_1 a_2 + 1} = \frac{a_0(a_1 a_2 + 1) + a_2}{a_1 a_2 + 1} =$$

$$= \frac{a_2(a_1 a_0 + 1) + a_0}{a_1 a_2 + 1} = \frac{P_1 a_2 + P_0}{Q_1 a_2 + Q_2} = \frac{P_2}{Q_2}$$

– верно.

Предположим, что для m-ой подходящей дроби, где $2 \le m < n$, утверждение верно, т.е.

$$A_m = \frac{P_m}{Q_m} \tag{2.2}$$

Докажем, что утверждение верно для (m+1)-ой подходящей дроби.

На основании формул (2.1) равенство (2.2) можно записать в виде:

$$A_m = \frac{P_{m-1} a_m + P_{m-2}}{Q_{m-1} a_m + Q_{m-2}} \tag{2.3}$$

В обеих частях равенства (2.3) заменим элемент a_m на $a_m + \frac{1}{a_{m+1}}$, т.е. от дроби A_m перейдем к дроби A_{m+1}.

В результате получим:

$$A_m = \frac{P_{m-1}\left(a_m + \frac{1}{a_{m+1}}\right) + P_{m-2}}{Q_{m-1}\left(a_m + \frac{1}{a_{m+1}}\right) + Q_{m-2}} = \frac{(P_{m-1} a_m + P_{m-2}) a_{m+1} + P_{m-1}}{(Q_{m-1} a_m + Q_{m-2}) a_{m+1} + Q_{m-1}},$$

отсюда, в силу (2.1) имеем:

$$A_{m+1} = \frac{P_m a_{m+1} + P_{m-1}}{Q_m a_{m+1} + Q_{m-1}} = \frac{P_{m+1}}{Q_{m+1}}$$

Таким образом, отверждение верно для k=m+1.

Из 1) и 2) следует, что утверждение верно для всех $k \in \{0,1,\dots n\}$, что и требовалось доказать.

Замечание.

Числа P_k и Q_k, определяемые соотношениями (2.1) являются соответственно числителем, и знаменателем k-ой подходящей дроби.

Рассмотрим основные свойства подходящих дробей.

Теорема 1.2.3. *Числители и знаменатели подходящих дробей – целые числа; знаменатели, кроме того, числа натуральные и образуют возрастающую* последовательность.

Теорема 1.2.4. *Числители и знаменатели двух соседних подходящих дробей связаны соотношениями:* $P_{k-1}Q_k - Q_{k-1}P_k = (-1)^k$ (2.4)

для $k \in \{1,\ 2,\ 3,\ \dots\ ,\ n\}$

Доказательство.

Проведем методом математической индукции.

1) Пусть $k = 1$, тогда имеем:

$P_{k-1}Q_k - Q_{k-1}P_k = P_0Q_1 - Q_0P_1 = a_0a_1 - a_0a_1 - 1 = -1$, следовательно, утверждение верно.

2) Пусть для $k = m$ равенство (2.4) выполняется, т.е. $P_{m-1}Q_m - Q_{m-1}P_m = (-1)^m$.

3) Докажем, что равенство (2.4) выполняется для $k = m + 1$.

Рассмотрим:

$$P_mQ_{m+1} - Q_mP_{m+1} = P_m(Q_ma_{m+1} + Q_{m-1}) - Q_m(P_ma_{m+1} + P_{m-1}) =$$
$$= P_mQ_ma_{m+1} + P_mQ_{m-1} - Q_mP_ma_{m+1} + Q_mP_{m-1} = P_mQ_{m-1} - Q_mP_{m-1} = -(-1)^m = (-1)^{m+1}$$

Действительно, для $k = m + 1$ утверждение верно.

Тогда из 1), 2), 3) следует, что утверждение верно для любого $k \in \{1,\ \dots\ ,\ n\}$, что и требовалось доказать.

Теорема 1.2.5. *Числа* P_k *и* Q_k *взаимно просты.*

Доказательство.

1) При $k = 0$, имеем $P_0 = a_0$, $Q_0 = 1$. Тогда $(P_0, Q_0) = (a_0, 1) = 1$.

2) Пусть $k > 0$.

Обозначим через d наибольший общий делитель P_k и Q_k. Тогда $P_{k-1}Q_k \vdots d$ и $Q_{k-1}P_k \vdots d$. Следовательно, в соответствии с (2.4): $(-1)^k \vdots d$, откуда имеем: $d = 1$, что и требовалось доказать.

Замечание.

Если рациональное число $\frac{a}{b}$ разложить в цепную дробь, то последняя подходящая дробь $A_k = \frac{P_k}{Q_k}$ представляет собой несократимую дробь равную $\frac{a}{b}$.

Таким образом, разложение рационального числа в цепную дробь позволяет осуществлять сокращение дробей.

Теорема 1.2.6. *Подходящие дроби четного порядка образуют возрастающую последовательность, а нечетного – убывающую последовательность.*

Теорема 1.2.7. *Каждая подходящая дробь четного порядка меньше соседних подходящих дробей, т.е. если* $k = 2n$, *то* $\frac{P_k}{Q_k} < \frac{P_{k-1}}{Q_{k-1}}$ *и* $\frac{P_k}{Q_k} < \frac{P_{k+1}}{Q_{k+1}}$.

Теорема 1.2.8. *Каждая подходящая дробь* $\frac{P_k}{Q_k}$ *нечетного порядка больше соседних подходящих дробей, т.е. если* $k = 2n + 1$, *то* $\frac{P_k}{Q_k} > \frac{P_{k-1}}{Q_{k-1}}$ *и* $\frac{P_k}{Q_k} > \frac{P_{k+1}}{Q_{k+1}}$.

Теорема 1.2.9. *Любая подходящая дробь четного порядка меньше подходящей дроби нечетного порядка.*

Теорема 1.2.10. *Если* $\frac{a}{b}$ *– положительное рациональное число, то при его разложении в цепную дробь, подходящие дроби четного порядка приближены к этому числу по недостатку, нечетного порядка – по избытку (за исключением последней дроби, совпадающей с* $\frac{a}{b}$*).*

Замечание.

Из последних четырех теорем, очевидно, что имеют место следующие соотношения: $\frac{P_0}{Q_0} < \frac{P_2}{Q_2} < \frac{P_4}{Q_4} < \ldots < \frac{a}{b} < \ldots < \frac{P_5}{Q_5} < \frac{P_3}{Q_3} < \frac{P_1}{Q_1}$.

Таким образом, дробь $\frac{a}{b}$ всегда заключена между двумя соседними подходящими дробями, интервал между которыми уменьшается по мере возрастания их порядка.

Теорема 1.2.12. *Числители и знаменатели трех последовательных подходящих дробей* $\frac{P_k}{Q_k}$; $\frac{P_{k-1}}{Q_{k-1}}$; $\frac{P_{k-2}}{Q_{k-2}}$ *(начиная с* $k = 2$*) связаны соотношением:*

$$\frac{P_k}{Q_k} = \frac{P_{k-1}a_k + P_{k-2}}{Q_{k-1}a_k + Q_{k-2}} \qquad (2.5)$$

Если рациональное число $\frac{a}{b}$ разложено в конечную цепную дробь вида (1.1), то формула (2.5) позволяет свести нахождение подходящих дробей к заполнению табл. 4.1.

Таблица 4.1

Нахождение подходящих дробей в общем виде

K			0	1	2	...	N
$a_к$			A_0	A_1	a_2	...	a_n
$P_к$	0	1	A_0	$a_0 \cdot a_1 + 1 = P_1$	$P_1 \cdot a_2 + a_0 = P_2$	...	$P_{n-1}a_n + P_{n-2} = P_n$
Q_k	1	0	1	$1 \cdot a_1 + 0 = Q_1$	$Q_1 \cdot a_2 + 1 = Q_2$	...	$Q_{n-1} \cdot a_n + Q_{n-2} = Q_n$

В первой строке таблицы, начиная с третьей клетки, записывают по порядку номера подходящих дробей.

Во вторую строку, начиная с третьей клетки, выписывают соответствующие неполные частные a_0 , a_1, a_2, … , a_n.

В третьей и четвертой строках таблицы будут стоять соответственно числители и знаменатели подходящих дробей. В первую и вторую клетки третьей строки ставят соответственно 0 и 1; в первые две клетки четвертой строки соответственно 1 и 0.

Чтобы заполнить каждую из оставшихся клеток поступают следующим образом: число, стоящее в клетке умножаем на число стоящее во второй строке над заполняемой клеткой и к произведению прибавляем число, стоящее через клетку от заполняемой в той же строке, что и заполняемая клетка.

Контрольные вопросы

1. Что называется k-ой подходящей дробью для цепной дроби $(a_0; a_1, a_2, \dots, a_n)$?
2. Как можно получить из k-ой подходящей дроби (k+1)-ю дробь?
3. Как находятся числители и знаменатели подходящих дробей?
4. Может ли $\frac{P_4}{Q_4} = \frac{9}{44}$, при том, что $\frac{P_2}{Q_2} = \frac{5}{21}$?
5. Может ли $\frac{P_4}{Q_4} = \frac{9}{44}$, при том, что $\frac{P_1}{Q_1} = \frac{7}{55}$?
6. Как заполняется таблица, позволяющая находить подходящие дроби?

Примеры решения задач

Задача 1. Найти все подходящие дроби для числа $\frac{1573}{247}$. Сократить дробь.

Решение. Разложим дробь $\frac{1573}{247}$ в конечную цепную изложенным выше способом:

$$
\begin{array}{l}
\_1573\,|\,\underline{247} \\
\underline{1482} \qquad 6 \\
\_247\,|\,\underline{91} \\
\underline{182} \qquad 2 \\
\_91\,|\,\underline{65} \\
\underline{65} \qquad 1 \\
\_65\,|\,\underline{26} \\
\underline{52} \qquad 2 \\
\_26\,|\,\underline{13} \\
\underline{26} \qquad 2 \\
0
\end{array}
$$

Получаем: $\frac{1573}{247}=(6;\,2,1,\,2,\,2)$.

Найдем все подходящие дроби с помощью табл. 4.2.

Таблица 4.2

Нахождение подходящих дробей

			0	1	2	3	4
A			6	2	1	2	2
$P_к$	0	1	6	13	19	51	121
Q_k	1	0	1	2	3	8	19

Имеем: $\frac{P_0}{Q_0}=\frac{6}{1};\frac{P_1}{Q_1}=\frac{13}{2};\frac{P_2}{Q_2}=\frac{19}{3};\frac{P_3}{Q_3}=\frac{51}{8};\frac{P_4}{Q_4}=\frac{121}{19}=\frac{1573}{247}$.

Последняя подходящая дробь это данное число, причем видим, что произошло сокращение данной дроби на 13.

Задача 2. Известно, что $\frac{a}{b}=[2;\,1,1,3,1,\,2]$. Найти дробь $\frac{a}{b}$.

Решение. Рассмотрим два возможных способа решения.

1) Воспользовавшись определением 1.1.1 и записав $\frac{a}{b}$ в виде многоэтажной дроби, выполним действия.

$$\frac{a}{b}=2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2}}}}}=2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{3+\cfrac{2}{3}}}}=2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{3}{11}}}=2+\cfrac{1}{1+\cfrac{11}{14}}=2+\frac{14}{25}=\frac{64}{25}$$

2) Так как, по теореме 1.2.11 последняя подходящая дробь совпадает с $\frac{a}{b}$, найдём все подходящие дроби к данной цепной дроби с помощью табл. 4.3.

Таблица 4.3

Нахождение подходящих дробей

			0	1	2	3	4	5
A			2	1	1	3	1	2
$P_к$	0	1	2	3	5	18	23	64
Q_k	1	0	1	1	2	7	9	25

В результате имеем $\frac{P_5}{Q_5}=\frac{64}{25}=\frac{a}{b}$.

Задача 3. Используя свойства подходящих дробей, найти формулы для решения в целых числах неопределенного уравнения первой степени с двумя неизвестными: $ax+by=1$, где $(a,b)=1$.

Решение. Разложим рациональное число $\frac{a}{b}$ в конечную цепную дробь.

По теореме 1.2.11, имеет место равенство $\frac{P_n}{Q_n}=\frac{a}{b}$, где P_n и Q_n соответственно числитель и знаменатель последней подходящей к $\frac{a}{b}$ дроби.

Запишем равенство (2.2) для подходящих дробей $\frac{P_n}{Q_n}=\frac{a}{b}$ и $\frac{P_{n-1}}{Q_{n-1}}$:

$$P_{n-1}b-Q_{n-1}a=(-1)^n$$

или

$$a(-1)^{n-1}Q_{n-1}+b(-1)^nP_{n-1}=1.$$

Сравнивая полученное равенство и данное в условии задачи уравнение, получим решение этого уравнения:

$$x=(-1)^{n-1}Q_{n-1};$$

$$y=(-1)^nP_{n-1}.$$

Задания для самостоятельной работы

1. Разложить рациональное число в конечную цепную дробь и найти все её подходящие дроби:

а) $\frac{247}{74}$; б) $\frac{77}{187}$; в) $\frac{333}{100}$; г) $\frac{99}{170}$; д) $\frac{355}{113}$; е) $\frac{103993}{33102}$.

2. Сократить с помощью разложения в конечную цепную дробь следующие обыкновенные дроби: а) $\frac{777}{1184}$; б) $\frac{1566}{2538}$; в) $\frac{192}{1984}$; г) $\frac{2688}{1440}$.

3. По данным конечным цепным дробям найти соответствующие им обыкновенные дроби:

$$\text{а) } \frac{a}{b} = (0; 1, 4, 1, 1, 3)\text{ ; б) } \frac{a}{b} = (1; 5, 2, 1, 2)$$

$$\text{в) } \frac{a}{b} = (3; 2, 1, 1, 2, 4)\text{ ; г) } \frac{a}{b} = (2; 3, 1, 4, 7, 2, 1).$$

4. Решить при помощи конечных цепных дробей следующие уравнения:

$$\text{а) } 38x + 117y = 1; \quad \text{б) } 119x - 68y = 1;$$

$$\text{в) } 45x + 22y = 1; \quad \text{г) } 41x + 114y = 5.$$

4.1.3. Цепные дроби как аппарат для представления вещественных чисел

В первом пункте этого параграфа было дано определение конечной цепной дроби. Аналогично можно ввести понятие бесконечной цепной дроби.

Определение 1.3.1. Бесконечной цепной дробью называется выражение вида: $a_0 + \cfrac{1}{a_1 + \cfrac{1}{a_2 + \cfrac{1}{a_3 + \ldots + \cfrac{1}{a_{n-1} + \cfrac{1}{a_n + \ldots}}}}} = (a_0; a_1, a_2, \ \ldots \ , a_n, \ \ldots)$

Также было показано, что любая конечная цепная дробь представляет собой рациональное число. Выясним, что представляют собой бесконечные цепные дроби.

Теорема 1.3.2. Каждому действительному числу α соответствует единственная цепная дробь, имеющая это число своим значением. Эта дробь конечна, если число α рационально, и бесконечна, если оно иррационально.

Доказательство.

1) Докажем возможность такого представления.

Обозначим через a_0 наибольшее целое число, не превосходящее α; если α не является целым числом, то соотношение:

$$\alpha = a_0 + \frac{1}{r_1} \qquad (3.1)$$

позволяет определить число r_1. При этом так как $\frac{1}{r_1} = \alpha - a_0 < 1$, то $r_1 >$ 1.

В общем случае, если r_n – целое число, обозначим через a_n наибольшее целое число, не превосходящее r_n .

Число r_{n+1} определяется из соотношения:

$$r_n = a_n + \frac{1}{r_{n+1}} \qquad (3.2)$$

Этот процесс может быть продолжен до тех пор, пока какое-либо r_n не окажется целым числом. При этом, очевидно, что $r_n > 1$ ($n \geq 1$).

Соотношение (3.1) показывает, что $\alpha = (a_0; r_1)$.

В общем случае,

$$\alpha = (a_0; a_1, a_2, \ldots\ a_{n-1}, r_n) \qquad (3.3)$$

Тогда соотношение (3.2) и формула (1.2) показывают, что

$$\alpha = (a_0; a_1, a_2, \ldots\ a_{n-1}, a_n, r_{n+1})$$

Таким образом, равенство (3.3) справедливо для всех n.

Если число α рационально, то, очевидно, что все r_n рациональны. В этом случае наш процесс заканчивается после конечного числа шагов.

Действительно, если, например, $r_n = \frac{a}{b}$, то $r_n - a_n = \frac{a - ba_n}{b} = \frac{c}{b}$.

Заметим, так как $r_n - a_n < 1$, то $c < b$.

Учитывая (3.2), имеем: $r_{n+1} = \frac{b}{c}$.

Таким образом, r_{n+1} имеет меньший знаменатель, чем r_n. Следовательно, после конечного числа шагов мы должны прийти к целому $r_n = a_n$.

В этом случае формула (3.3) показывает, что число α изображается конечной цепной дробью, последний элемент которой $a_n = r_n > 1$.

Если число α иррационально, то и все r_n иррациональны и вышеизложенный процесс является бесконечным.

Положим $\alpha = (a_0; a_1, a_2, \ldots, a_{n-1}, a_n) = \frac{P_n}{Q_n}$,

(где дробь $\frac{P_n}{Q_n}$ несократимая и $Q_n > 0$).

Тогда в силу (3.3) и свойств подходящих дробей, имеем:

$$\alpha = \frac{P_{n-1}r_n + P_{n-2}}{Q_{n-1}r_n + Q_{n-2}} \ (n \geq 2).$$

С другой стороны, $\frac{P_n}{Q_n} = \frac{P_{n-1}a_n + P_{n-2}}{Q_{n-1}a_n + Q_{n-2}}$. Учитывая это, получим:

$$\alpha - \frac{P_n}{Q_n} = \frac{(P_{n-1}Q_{n-2} - Q_{n-1}P_{n-2})(r_n - a_n)}{(Q_{n-1}r_n + Q_{n-2})(Q_{n-1}a_n + Q_{n-2})}.$$

Следовательно,

$$\left|\alpha - \frac{P_n}{Q_n}\right| < \frac{1}{(Q_{n-1}r_n + Q_{n-2})(Q_{n-1}a_n + Q_{n-2})} < \frac{1}{Q_n^2}.$$

Таким образом, $\frac{P_n}{Q_n} \to \alpha$ при $n \to \infty$. Это, очевидно, означает, что бесконечная цепная дробь $\alpha = (a_0;\ a_1,\ a_2,\ \dots,\ a_n,\ \dots)$ имеет своим значением число α.

2) Докажем единственность полученного представления.

Докажем методом от противного.

Пусть существует два представления действительного числа α в виде цепной дроби: $\alpha = (a_0;\ a_1,\ a_2,\ \dots) = (a_0';\ a_1',\ a_2',\ \dots)$.

Заметим, что эти дроби могут быть как конечными, так и бесконечными.

Пусть $[x]$ наибольшее целое число не превосходящее x.

Очевидно, что $a_0 = [\alpha]$ и $a_0' = [\alpha]$, откуда $a_0' = a_0$.

Если уже установлено, что $a_i' = a_i$ ($i = 0, 1, 2, \dots, n$), то очевидно, что

$$\begin{cases} P_i = P_i' \\ Q_i = Q_i' \end{cases} \qquad (i = 0, 1, 2, \dots, n).$$

Тогда $\alpha = \dfrac{P_n r_{n+1} + P_{n-1}}{Q_n r_{n+1} + Q_{n-1}} = \dfrac{P_n' r_{n+1}' + P_{n-1}'}{Q_n' r_{n+1}' + Q_{n-1}'} = \dfrac{P_n r_{n+1}' + P_{n-1}}{Q_n r_{n+1}' + Q_{n-1}}$,

откуда имеем: $r_{n+1} = r_{n+1}'$.

Учитывая, что $a_{n+1} = [r_{n+1}]$ и $a_{n+1}' = [r_{n+1}']$, получим $a_{n+1} = a_{n+1}'$, т.е. данные дроби полностью совпадают, что и требовалось доказать.

Следствие 1.3.3. Пусть α – действительное иррациональное число. Положим $\alpha_0 = \alpha$ и определим бесконечные последовательности целых a_n и действительных α_n чисел равенствами

$$a_n = [\alpha_n]\ , \quad \alpha_{n+1} = \frac{1}{\alpha_n - a_n}, \quad (n \ge 0) \tag{3.4}$$

Тогда $\alpha_n \ge 1$ при $n \ge 1$. Если $\left\{\frac{P_n}{Q_n}\right\}_{n\ge 0}$ – последовательность подходящих дробей бесконечной цепной дроби $(a_0;\ a_1,\ a_2,\ \dots)$, то при всех $k \ge 0$ справедливы равенства:

$$\alpha = (a_0;\ a_1,\ a_2,\ \dots,\ a_k,\ \alpha_{k+1}) = \frac{\alpha_{k+1} P_k + P_{k-1}}{\alpha_{k+1} Q_k + Q_{k-1}} \tag{3.5}$$

$$Q_k \alpha - P_k = \frac{(-1)^k}{\alpha_{k+1} Q_k + Q_{k-1}} \tag{3.6}$$

Цепная дробь $\alpha = (a_0;\ a_1,\ a_2,\ \dots)$ равна α.

Следствие 1.3.4. Действительное число α иррационально в том и только в том случае, когда его цепная дробь бесконечна.

Замечание.

Представление действительного числа цепной дробью позволяет определить это число с любой, наперед заданной, степенью точности.

Итак, любое иррациональное число может быть представлено в виде бесконечной цепной дроби.

Рассмотрим свойства цепных дробей, в которые раскладываются квадратичные иррациональности.

Определение 1.3.5. Действительное число α называется квадратичной иррациональностью, если оно является нерациональным корнем квадратного трехчлена $f(x) = ax^2 + bx + c$ с целыми коэффициентами *a, b, c*.

Разделим коэффициенты трехчлена на их общий делитель и, если $a<0$, умножим трехчлен на (–1).

Таким образом, получится многочлен $f(x)$ с целыми коэффициентами, удовлетворяющий условиям:

$f(\alpha) = 0$, $(a, b, c)=1$, $a > 0$ (3.7)

Существует только один такой многочлен. При этом число $D(\alpha) = b^2 - 4ac$ называется дискриминантом числа α.

Из определения квадратичной иррациональности следует, что $D(\alpha) > 0$ и отлично от квадрата целого числа.

Пример 1.3.

Число $\frac{1+\sqrt{22}}{3}$ является квадратичной иррациональностью, т.к. является корнем квадратного трехчлена $f(x) = 3x^2 - 2x - 7$.

Прежде чем рассматривать особые свойства цепных дробей, представляющих квадратичные иррациональности, введем еще несколько понятий.

Рассмотрим множество чисел $Q(\sqrt{D})$;

$$Q(\sqrt{D}) = \{x + y\sqrt{D} \mid x, y \in Q,\ D > 0,\ D \neq a^2\}.$$

Нетрудно убедиться в том, что это множество замкнуто относительно сложения и умножения действительных чисел, для каждого элемента этого множества есть ему противоположный, для каждого отличного от нуля элемента множества существует ему обратный. Причем операции удовлетворяют всем аксиомам поля.

Замечание. Нетрудно убедиться в том, что все элементы множества $Q(\sqrt{D})$ являются квадратичными иррациональностями.

Очевидно, что для каждого числа $\alpha = x + y\sqrt{D} \in Q(\sqrt{D})$ число $\alpha' = x - y\sqrt{D} \in Q(\sqrt{D})$ есть второй корень трехчлена $f(x)$, удовлетворяющего условиям (3.7).

Определение 1.3.6. Числа $\alpha = x + y\sqrt{D} \in Q(\sqrt{D})$, $\alpha' = x - y\sqrt{D} \in Q(\sqrt{D})$ называются сопряженными.

Перечислим основные свойства сопряженных квадратичных иррациональностей.

Пусть $\alpha, \beta \in Q(\sqrt{D})$, тогда выполняются следующие равенства:

$(\alpha+\beta)' = \alpha' + \beta'$

$(\alpha-\beta)' = \alpha' - \beta'$

$(\alpha\beta)' = \alpha'\beta'$

$\left(\dfrac{\alpha}{\beta}\right)' = \dfrac{\alpha'}{\beta'}$.

Определение 1.3.7. Число α называется приведенным, если выполняются следующие условия:

$\alpha > 1, \qquad -1 < \alpha' < 0 \qquad (3.8)$

Пример 1.4.

Число $\dfrac{2+\sqrt{22}}{3}$ является квадратичной иррациональностью, т.к. является корнем квадратного трехчлена $f(x) = 3x^2 - 4x - 6$. Это число является приведенным, так как $\dfrac{2+\sqrt{22}}{3} > 1$, $\alpha' = \dfrac{2-\sqrt{22}}{3}$ и $-1 < \dfrac{2-\sqrt{22}}{3} < 0$.

2. Пусть D – целое положительное число, не являющееся полным квадратом. Положим $\alpha_0 = [\sqrt{D}]$ и $\alpha = \alpha_0 + [\sqrt{D}]$. При этом, $\alpha = \alpha_0 + [\sqrt{D}] > 1$ и $\alpha' = \alpha_0 - [\sqrt{D}]$ удовлетворяет условиям (3.7). Следовательно, $\alpha = \alpha_0 + [\sqrt{D}]$ – приведенная квадратичная иррациональность.

Рассмотрим некоторые свойства приведенных квадратичных иррациональностей.

Теорема 1.3.8. Пусть α и β – действительные числа, связанные соотношением: $\beta = v + \dfrac{1}{\alpha}$, где v – целое число. Если β – квадратичная иррациональность, то таким будет и число α, причем $D(\alpha) = D(\beta)$. Если β – приведенная квадратичная иррациональность и $v = [\beta]$, то α – приведенная квадратичная иррациональность.

Доказательство.

1. Выразим из соотношения, связывающего числа α и β, число α: $\alpha = \dfrac{1}{\beta - v} \in Q\left(\sqrt{D(\beta)}\right)$ и $\alpha \notin Q$. Следовательно, α – квадратичная иррациональность.

2. Пусть α – корень многочлена $f(x) = ax^2 + bx + c$ с целыми коэффициентами, которые удовлетворяют условиям (4.1), тогда число β есть корень многочлена

$$c(x-v)^2 + b(x-v) + a = cx^2 + (b-2cv)x + a - bv + cv^2.$$

Так как a, b и c удовлетворяют условиям (3.7), коэффициенты последнего этого квадратного трехчлена взаимно просты в совокупности, поэтому

$$D(\beta) = (b - 2cv)^2 - 4c(a - bv + cv^2) = b^2 - 4ac = D(\alpha).$$

3. Пусть β – приведенная квадратичная иррациональность, т.е. $\beta > 1$, $-1 < \beta' < 0$. По условию $v = [\beta]$, тогда $0 < \beta - v < 1$ и $\alpha = \dfrac{1}{\beta - v} > 1$.

Из определения 2.3.6, соотношения, связывающего числа α и β, и учитывая, что $v = [\beta] \geq 1$, имеем: $-\dfrac{1}{\alpha'} = v - \beta' > 1$.

Из полученной оценки следует $0 < -\alpha' < 1$ и $-1 < \alpha' < 0$.

Таким образом, по определению 2.3.7, число α – приведенная квадратичная иррациональность, что и т.д.

Теорема 1.3.9. Если α – квадратичная иррациональность, то числа r_n – остатки непрерывной дроби α, при всех достаточно больших n будут приведенными.

Теорема 1.3.10. Для каждого целого числа $D > 0$ существует лишь конечное число приведенных квадратичных иррациональностей с дискриминантом D.

Доказательство.

1. Предположим, что α – приведенная квадратичная иррациональность дискриминанта D и $f(x) = ax^2 + bx + c$ – многочлен, удовлетворяющий условиям (3.7). Тогда $b^2 - 4ac = D$ и $c \neq 0$.

2. Учитывая теорему Виета, условия приведённости означают, что $c = a\alpha\alpha' < 0$.

Тогда: $b^2 + 4a|c| = D$ и $b| \leq \sqrt{D}$, $0 < a < D/4$, $-D/4 < c < 0$.

Таким образом, при фиксированном D каждый из целых коэффициентов a, b и c может иметь лишь конечное число значений, что и т.д.

Определение 1.3.11. Цепная дробь (a_0; a_1, a_2, ...) называется периодической, если последовательность a_n, начиная с некоторого места такова, что начиная с некоторого целого k при всех достаточно больших n выполняется равенство $a_{n+k} = a_n$.

Другими словами, начиная с некоторого места дробь периодична.

Далее периодические дроби будем обозначать следующим образом:

$(a_0; a_1, \ldots, a_h, \overline{a_{h+1}, \ldots, a_{h+k}})$, где $a_{h+1}, \ldots, a_{h+k}$ – период.

Соответственно чисто периодические дроби обозначаются: $(a_0; \overline{a_1, \ldots, a_{k-1}})$.

Следующие теоремы являются критериям периодичности цепной дроби.

Теорема 1.3.12. Пусть α – действительное иррациональное число. Цепная дробь, представляющая число α периодична тогда и только тогда, когда α – квадратичная иррациональность.

Теорема 1.3.13. Пусть α – квадратичная иррациональность. Цепная дробь, представляющая число α будет чисто периодической тогда и только тогда, когда α – приведённая иррациональность.

Контрольные вопросы

1. Что называется бесконечной цепной дробью?
2. Какому действительному числу соответствует конечная цепная дробь, а какому – бесконечная?
3. Какое действительное число называется квадратичной иррациональностью?
4. Перечислите основные свойства сопряженных квадратичных иррациональностей.
5. При каких условиях действительное число называется приведённым?
6. Сформулируйте алгоритм для выявления приведённой квадратичной иррациональности.
7. Какие цепные дроби называются периодическими, чисто периодическими?
8. Каковы необходимые и достаточные условия для периодичности и чистой периодичности цепных дробей?

Примеры решения задач

Задача 1. Найти разложение числа $\frac{3+\sqrt{15}}{2}$ в непрерывную цепную дробь и первые пять подходящих дробей.

Решение.

1. Воспользуемся формулами (3.4): $\alpha_0 = \frac{3+\sqrt{15}}{2}$, тогда

$$a_0 = \left[\frac{3+\sqrt{15}}{2}\right] = 3,$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{\alpha_0 - 3} = \frac{1}{\frac{3+\sqrt{15}}{2} - 3} = \frac{2}{\sqrt{15}-3} = \frac{\sqrt{15}+3}{3}, \text{ тогда } a_1 = \left[\frac{\sqrt{15}+3}{3}\right] = 2,$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{\alpha_1 - 2} = \frac{1}{\frac{\sqrt{15}+3}{3} - 2} = \frac{3}{\sqrt{15}-3} = \frac{\sqrt{15}+3}{2} = \alpha_0, \text{ тогда } a_2 = 3.$$

В формулах (3.4) каждое число α_{n+1} однозначно определяется по числу α_n. Поэтому совпадение $\alpha_2 = \alpha_0$ означает, что будут выполнены равенства: $\alpha_3 = \alpha_1$; $\alpha_4 = \alpha_0$ и так далее.

Таким образом, последовательность a_n в данном случае будет периодической.

Запишем данное в условии задачи число в виде цепной дроби:

$$\frac{3+\sqrt{15}}{2} = (3;\ 2,\ 3,\ 2,\ 3,\ 2\ ...)$$

2. Алгоритм нахождения подходящих дробей был рассмотрен выше. Воспользуемся этим алгоритмом, оформив вычисления в табл. 4.4.

Таблица 4.4

Нахождение подходящих дробей

			0	1	2	3	4	5
A			3	2	3	2	3	2
$P_к$	0	1	3	7	24	55	189	433
Q_k	1	0	1	2	7	16	55	126

В результате получаем: $A_1 = \frac{7}{2}$; $A_2 = \frac{24}{7}$; $A_3 = \frac{55}{16}$; $A_4 = \frac{189}{55}$; $A_5 = \frac{433}{126}$.

Каждую из этих дробей можно считать приближением иррационального числа $\frac{3+\sqrt{15}}{2}$.

В связи с этим, заметим, что $\frac{3+\sqrt{15}}{2} - \frac{433}{126} = -0{,}000016$.

Задания для самостоятельной работы

1. Разложите в непрерывную цепную дробь числа:

а) $\sqrt{5}$; б) $\sqrt{17}$; в) $\frac{4+\sqrt{10}}{3}$; г) $\frac{\sqrt{13}-5}{2}$

2. Для каждого из чисел задачи 1 выпишите подходящие дроби до тех пор, пока не будет найдено рациональное приближение с точностью до 10^{-4}.

3. Вычислить:

а) $(1;\overline{1})$; б) $(1;\overline{2,\ 3,\ 1})$;

в) $(1;\overline{2,3})$; г) $(2;\overline{2,4})$;

4.1.4. Использование цепных дробей для решения некоторых нелинейных диофантовых уравнений

Аппарат цепных дробей может быть использован при решении некоторых диофантовых уравнений.

Пусть D – натуральное число, не являющееся квадратом какого-либо целого числа. Диофантово уравнение $x^2 - \mathrm{D}y^2 = 1$ (4.1)

называется уравнением Пелля.

Очевидно, что если пара чисел x, y есть решение этого уравнения, то числа $\pm x$, $\pm y$ при любом распределении знаков также будут составлять решения уравнения (4.1). При этом тривиальными решениями системы будут пары чисел: (–1; 0); (1; 0).

Пусть пара чисел (x, y) при $x > 0$, $y > 0$ является решением уравнения 4.1. Тогда $x^2 > \mathrm{D}y^2 = 1$ и $x > \sqrt{\mathrm{D}}\,y$, при этом

$$\left|x - y\sqrt{D}\right| = \frac{1}{x + y\sqrt{D}} < \frac{1}{2y\sqrt{D}} \quad \text{и} \quad \left|\sqrt{D} - \frac{x}{y}\right| < \frac{1}{2y^2\sqrt{D}} < \frac{1}{2y^2}.$$

Последнее неравенство, учитывая свойства подходящих дробей, означает, что дробь $\frac{x}{y}$ есть подходящая дробь к числу $\sqrt{D}$.

Таким образом, получаем, что задача нахождения решений уравнения Пелля в натуральных числах сводится к поиску тех подходящих дробей для $\sqrt{D}$, которые удовлетворяют этом уравнению.

Рассмотрим ряд свойств, которыми обладают цепные дроби чисел вида $\sqrt{D}$.

Теорема 1.4.1. Пусть α – приведенная квадратичная иррациональность. Тогда $\beta = -\frac{1}{\alpha'}$ также приведенная квадратичная иррациональность. Период цепной дроби β состоит из чисел периода α, записанных в обратном порядке.

Теорема 1.4.2. Если D – натуральное число, не являющееся квадратом никакого целого числа, то

$$\sqrt{D} = (a_0;\ \overline{a_1,\ \dots,\ a_k, 2a_0}),$$

где $a_0 = [\sqrt{D}]$, причем упорядоченный набор чисел $a_1, \dots, a_k$ симметричен, т.е.

$$a_1 = a_k,\ a_2 = a_{k-1} \text{ и т.д.}$$

Теорема 1.4.3. Пусть D – натуральное число, не являющееся квадратом никакого целого числа и $\sqrt{D} = (a_0;\ \overline{a_1,\ \dots,\ a_k, 2a_0})$ – разложение в цепную дробь с наименьшим периодом. Множество решений уравнения Пелля в натуральных числах состоит из пар (P_n, Q_n) числителей и знаменателей подходящих дробей к $\sqrt{D}$ с условием, что $n + 1$ четно и делится на $k + 1$.

Определим целые положительные числа x_1, y_1 равенствами:

$$x_1 + y_1\sqrt{D} = \begin{cases} P_k + Q_k\sqrt{D}, & \text{при } k \text{ нечетном}, \\ (P_k + Q_k\sqrt{D})^2, & \text{при } k \text{ четном}. \end{cases}$$

Все решения уравнения Пелля (5.1) в натуральных числах образуют последовательность (x_m, y_m) и получаются по формуле:

$$x_m + y_m\sqrt{D} = (x_1 + y_1\sqrt{D})^m, \qquad m = 1, 2, \ldots . \qquad (4.2)$$

Следствие 1.4.4. Решения уравнения Пелля могут быть найдены с помощью рекуррентных соотношений, справедливых при $m \geq 0$:

$$x_{m+1} = x_1x_m + Dy_1y_m,$$

$$y_{m+1} = y_1x_m + x_1y_m$$

Контрольные вопросы

1. Какое диофантово уравнение называется уравнением Пелля?
2. Какие решения являются тривиальными для уравнения Пелля?
3. К чему сводится задача нахождения решений уравнения Пелля в натуральных числах?
4. Укажите рекуррентные соотношения с помощью которых могут быть найдены решения уравнения Пелля.

Примеры решения задач

Задача 1. Найти все натуральные решения уравнения $x^2 - 18y^2 = 1$.

Решение.

1. Разложим число $\alpha = \sqrt{18}$ непрерывную дробь:

$\alpha_0 = \sqrt{18}$, тогда $\quad a_0 = \lfloor\sqrt{18}\rfloor = 4$,

$\alpha_1 = \dfrac{1}{\alpha_0 - 4} = \dfrac{1}{\sqrt{18} - 4} = \dfrac{\sqrt{18} + 4}{2}$, тогда $\quad a_1 = \left[\dfrac{\sqrt{18} + 4}{2}\right] = 4$,

$\alpha_2 = \dfrac{1}{\alpha_1 - 4} = \dfrac{1}{\dfrac{\sqrt{18} + 4}{2} - 4} = \dfrac{2(\sqrt{18} + 4)}{2} = \sqrt{18} + 4$, тогда $\quad a_2 = \lfloor\sqrt{18} + 4\rfloor = 8$.

Учитывая теорему 2.4.2. имеем: $\sqrt{18} = (4; \overline{4,8})$ и $k = 1$.

2. Найдем первую подходящую дробь, используя известный алгоритм в табл. 4.5.

Таблица 4.5

Нахождение подходящих дробей

			0	1
A			4	4
$P_к$	0	1	4	17
Q_k	1	0	1	4

3. Таким образом, $\frac{P_1}{Q_1} = \frac{17}{4}$.

4. По теореме 2.4.3, учитывая, что $k = 1$ – нечетное, имеем:

$$x_1 + y_1\sqrt{18} = P_k + Q_k\sqrt{18} = 17 + 4\sqrt{18}$$

Таким образом, наименьшее решение данного уравнения имеет вид:

$$x_1 = 17,\ y_1 = 4$$

5. Опираясь на следствие 2.4.4, запишем формулы для нахождения последовательности всех решений этого уравнения:

$$x_{m+1} = 17x_m + 18 \cdot 4y_m = 17x_m + 72y_m$$

$$y_{m+1} = 4x_m + 17y_m$$

Задача 2. Найти все натуральные решения уравнения $x^2 - 41y^2 = 1$.

Решение.

1. Разложим число $\alpha = \sqrt{41}$ непрерывную дробь:

$\alpha_0 = \sqrt{41}$, тогда $a_0 = \lfloor\sqrt{18}\rfloor = 6$,

$\alpha_1 = \frac{1}{\alpha_0 - 6} = \frac{\sqrt{41}+6}{5}$, тогда $a_1 = \left[\frac{\sqrt{41}+6}{5}\right] = 2$,

$\alpha_2 = \frac{1}{\alpha_1 - 2} = \frac{1}{\frac{\sqrt{41}+6}{5} - 2} = \frac{5(\sqrt{41}+4)}{25} = \frac{\sqrt{41}+4}{5}$, тогда $a_2 = \left[\frac{\sqrt{41}+4}{5}\right] = 2$.

$\alpha_3 = \frac{1}{\alpha_2 - 2} = \frac{1}{\frac{\sqrt{41}+4}{5} - 2} = \frac{5(\sqrt{41}+6)}{5} = \sqrt{41}+6$, тогда $a_3 = \lfloor\sqrt{41}+6\rfloor = 12$

Учитывая теорему 2.4.2. имеем: $\sqrt{41} = (6;\overline{2,\ 2{,}12})$ и $k = 2$.

2. Найдем вторую подходящую дробь, используя известный алгоритм в табл. 4.6.

Таблица 4.6

Нахождение подходящих дробей

			0	1	2
A			6	2	2
$P_к$	0	1	6	13	32
Q_k	1	0	1	2	5

3. Таким образом, $\frac{P_2}{Q_2} = \frac{32}{5}$.

4. По теореме 2.4.3, учитывая, что $k = 2$ – четное, имеем:

$$x_1 + y_1\sqrt{41} = (P_k + Q_k\sqrt{41})^2 = (32 + 5\sqrt{41})^2 = 32^2 + 25 \cdot 41 + 320\sqrt{41} = 2049 + 320\sqrt{41}$$

.

Таким образом, наименьшее решение данного уравнения имеет вид:

$$x_1 = 2049,\ y_1 = 320.$$

5. Опираясь на следствие 2.4.4, запишем формулы для нахождения последовательности всех решений этого уравнения:

$$x_{m+1} = 2049x_m + 41\cdot 320y_m = 2049x_m + 13120y_m$$

$$y_{m+1} = 320x_m + 2049y_m$$

Задания для самостоятельного решения

Решите в целых числах уравнения:

1) $x^2 - 10y^2 = 1$; 2) $x^2 - 7y^2 = 1$; 3) $x^2 - 17y^2 = -1$

4.2. Выводы по главе 4

Предлагаемые учебно-методические материалы направлены сделать обучение студентов практикоориентированным, что является очень значимым в современных условиях образовательного процесса в вузе.

Выбранный стиль изложения, чёткая структуризация материала, глубина его теоретического и практического описания учитывают круг потенциальных читателей.

Данный материал окажет теоретическую и практическую помощь студентам направления подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование» (профили «Математика» и «Информатика») в овладении основной главы теории чисел «Конечные и бесконечные цепные дроби».

Библиографические ссылки к главе 4

1. Виноградов И. М. Основы теории чисел: учеб. пособие / И. М. Виноградов. 12-ое изд. стер. Спб.: Лань, 2009. 176 с.
2. Бухштаб А. А. Теория чисел: учеб. пособие / А. А. Бухштаб. 3-е изд. стер. Краснодар: Лань, 2008. 383 с.
3. Ерош И. Л. Дискретная математика. Математические вопросы криптографии. URL: http://window.edu.ru/window_ catalog/files/r44640/2001-0069-0-01.pdf.
4. Коутихно С. Введение в теорию чисел. Алгоритм RSA: учеб. пособие; пер. с англ. С. А. Кулешова, под ред. С. К. Ландо. М.: Постмаркет, 2001. 328 с.
5. Маховенко Е. Б. Теоретико-числовые методы в криптографии. М.: Гелиос АРВ, 2006. 320 с.
6. Насрутдинов М.Ф. Сборник задач по теории чисел URL: http://window.edu.ru/window_cata log/files/r53052 /ksu047.pdf.
7. Саломаа А. Криптография с открытым ключом / пер. с англ. И. А. Вихлянцева, под ред. А. Е. Андреева, А. А. Болотова. М.: Мир, 1995. 318 с.

ГЛАВА 5
ПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ПОДГОТОВКА БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ К ИЗУЧЕНИЮ НЕКОТОРЫХ РАЗДЕЛОВ ГЕОМЕТРИИ

Т. А. Тимошенко*

* *Кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математики и информационных технологий.*
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Тихоокеанский государственный университет», г. Хабаровск

5.1. О преемственности изучения курса геометрии в педвузе и школе

Проанализируем имеющуюся преемственность курсов геометрии в педагогическом вузе и школе, позволяющую преподавателям вуза подготовить будущего учителя, грамотно и творчески подходящего к преподаванию геометрии в школе.

В монографии автор обращает внимание на имеющуюся большую взаимосвязь вузовского курса геометрии и курсов геометрии как в общеобразовательной школе, так и в классах с углубленным изучением математики, что позволяет при достаточно умелой организации учебного процесса по геометрии в педагогическом вузе подготовить хорошего учителя по математике в школе.

Центральной идеей изучения курса геометрии в школе является овладение учащимися основных методов геометрии: векторным, координатным, методами геометрических преобразований и проектирования, и умением применять эти методы к решению геометрических задач. Важно также обучить учащихся решать геометрические задачи на построение на плоскости. И, наконец, познакомить их с историей развития геометрии, ее основным методом построения – аксиоматическим, и некоторыми фактами неевклидовых геометрий, позволяющими глубже и точнее представлять физическую картину мира.

В программе по геометрии для математиков педагогического направления предусмотрено изучение всех указанных разделов геометрии, и при умелой организации обучения студентов данных разделов можно подготовить грамотного и образованного учителя по математике. Сущность векторного метода решения геометрической задачи заключается в следующем: условие задачи переводится на язык векторной алгебры, изучаются полученные результаты векторных операций и переводятся на геометрический язык как ответ на решение задачи. Сущность метода координат решения геометрических задач заключается в следующем: на плоскости (или в пространстве) выбирается система координат, в основном прямоугольная. Положение точки на плоскости определяется двумя координатами (в пространстве – тремя) относительно этой системы. В условии задачи указывается зависимость между данными и искомыми элементами заданной фигуры. Метод координат позволяет эту зависимость перевести на алгебраический язык. Изучив полученную аналитическую связь, исследуется геометрический образ. Метод координат находит убедительное применение при определении геометрических мест точек плоскости и пространства.

В вузовском курсе геометрии векторный и геометрический методы являются основными на 1 курсе при изучении аналитической геометрии. Здесь студенты должны усвоить, что аналитические методы решения геометрических задач вносят в геометрию элементы стандартизации, позволяют алгоритмизировать решения различных задач, не требуют остроумных вспомогательных построений, позволяют применять алгебру в геометрии. Изучив вузовский курс геометрии, студенты также должны осознать, что в основе построения геометрии, как науки, лежит понятие геометрического преобразования, и что овладеть методом геометрических преобразований – значит осознать геометрию как науку.

Тема «Геометрические преобразования» в геометрии является одной из важнейших, так как одной из важнейших идей, лежащих в основе построения курса геометрии, является идея, заключающаяся в том, что в основе всякой геометрии лежит та или иная группа преобразований, и геометрия изучает инварианты относительно преобразований этой группы. Групповую точку зрения на построение геометрии обосновал выдающийся немецкий математик Ф. Клейн в 1872 г. Такой взгляд на геометрию оказал положительное влияние на развитие геометрии как науки и ее приложения. Групповая точка зрения на геометрические свойства фигур широко используется в физике, химии, биологии, технике. Это сближает математику с другими областями наук [1].

Метод геометрических преобразований позволяет решать большой класс задач элементарной геометрии. Этим методом решаются задачи на вычисление, доказательство и построение, причем часто он представляет собой более простой и красивый способ решения задачи по сравнению с методами, основанными на знании других фактов геометрии. Кроме того, применение метода геометрических преобразований в решении задач возможно при изучении различных разделов геометрии, что позволяет в некотором роде говорить об универсальности и преемственности этого метода.

Эти знания получают студенты при изучении темы «Геометрические преобразования» на 2 курсе вузовского курса геометрии.

Одной из важнейших тем, изучаемых на 2 курсе вузовского курса геометрии, является тема «Методы построения изображений».

Целесообразность изучения этой темы в школе обусловливается тем обстоятельством, что возникновение геометрии как науки связано в первую очередь с повседневной практической деятельностью людей. На школьной доске строятся изображения фигур, по которым учащиеся познают мир. Пользование неверными чертежами может привести к искажению представлений учащихся об окружающем мире. Учитель на уроках геометрии оказывает помощь учащимся, испытывающим сложности с переходом изображения фигур в трехмерное пространство. Изображение геометрической фигуры на доске представляет трудности как внешнего характера – технические, так и теоретического – обоснование рассуждений и доказательств курса стереометрии при построении изображений. В связи с этим учителю необходимо развивать пространственное мышление школьников и учить их выполнять чертежи одновременно с обучением решению задач по стереометрии.

Сведения, которые учащиеся получают на уроках черчения, а также из курса стереометрии общеобразовательной школы по программе, недостаточны для того, чтобы научиться осознанно выполнять чертежи пространственных фигур. В подавляющем большинстве задач, связанных с построением на изображениях, требуется выполнить построение сечений заданных фигур. Такие задачи оказывают значительное влияние на развитие у школьников пространственного мышления.

Предлагается следующий план изучения темы «Методы построения изображений» студентами: понятия плоской и пространственной фигуры; понятия параллельного проектирования фигур и изображения фигур при параллельном проектировании; требования к изображению фигуры; изображения плоских и пространственных фигур при параллельном проектировании; метод следов и метод внутреннего проектирования и построения сечений многогранников и тел вращения.

Из вышесказанного следует, что данный курс обладает значительным развивающим потенциалом – способствует развитию пространственных представлений и логического мышления студентов, а также обеспечивает усвоение практических навыков (умение выполнять построение изображений на плоскости плоских, пространственных форм; узнавать эти фигуры в окружающих предметах; решать задачи на построение сечений фигуры методами следов, внутреннего проектирования, используя изученные теоретические сведения).

Эта тема углубляет и расширяет знания о геометрических фигурах и их свойствах, воспитывает интерес к математике, самостоятельность, стремление к саморазвитию, научное мировоззрение через связь с другими предметами (черчение, живопись, конструирование) [2].

На 4 курсе вуза на занятиях по элементарной геометрии со студентами изучается тема «Решение задач на построение на плоскости с помощью циркуля и линейки», которая также готовит будущих учителей к работе в школе.

Целесообразность изучения курса «Задачи на построение на плоскости» в педвузе основывается на следующих моментах: эти задачи приучают студентов логически рассуждать, развивают такие умения, как анализировать, синтезировать, конкретизировать, обобщать, т.е. способствуют развитию логического мышления и пространственных представлений у студентов, строгости суждения, графической культуры, политехнических навыков; решение геометрических задач на построение является одним из надежных способов систематического повторения приобретенных сведений по геометрии; эти задачи заставляют студентов обстоятельнее и глубже разбираться в известных им сведениях по геометрии, а также пробуждают дать им практическое применение; этапы решения геометрической задачи на построение являются этапами решения любой задачи (необязательно математической); эти задачи успешно формируют у обучаемых алгоритмическую культуру и конструктивные способности; посредством этих задач реализуются межпредметные связи геометрии со смежными дисциплинами и особенного с черчением; изучение теории решения задач на построение на плоскости углубляет знания студентов по истории математики, что способствует формированию их правильного научного мировоззрения; эти задачи дисциплинируют внимание у обучаемых, приучают их проявлять настойчивость в достижении намеченной цели [2].

По прохождению данного курса студенты должны глубоко усвоить теоретические вопросы темы, а также уметь решать элементарные задачи на построение на плоскости и решать задачи методами ГМТ, преобразований и алгебраическим методом, что несомненно положительно скажется на результатах их работы в школе при изучении данной темы.

И, наконец, особый вклад в подготовку учителя математики, вносит изучение на 2 курсе студентами таких разделов геометрии, как «Основания геометрии», «Неевклидовы геометрии», так как их изучение в большей мере способствует решению сложной задачи – формированию целостного научного мировоззрения студентов.

Разделы «Основания геометрии» и «Неевклидовы геометрии» освещают самые глобальные методологические и мировоззренческие вопросы математики: исторический обзор развития геометрии в свете современной математической науки, логическую базу геометрии и ее логическую структуру, элементы неевклидовых геометрий и знакомство с физической картиной мира [3; 4].

Ввиду ограниченности времени на изучение этой темы, отведенного программой и учебным планом, основываясь на своем опыте преподавания, предполагается помимо обязательных занятий по геометрии представлять студентам возможность углублять знания по указанной теме на научном кружке (1–3 курсы), курсе по выбору (4–5 курсы), при выполнении как научных, так и методических курсовых и выпускных работ, на занятиях по магистратуре. Подробные методические разработки курса по выбору «Геометрия неевклидовых пространств», составленные автором, включают вопросы не только геометрии Лобачевского и сферической, но и эллиптической и псевдоевклидовой геометрий, геометрии Галилея и их связи с физикой, значения открытия неевклидовых геометрий в развитии математики и других наук.

Однако первые понятия о неевклидовой геометрии получают студенты, еще будучи школьниками на уроках геометрии. Будущие учителя должны быть подготовленными к проведению этих занятий – далеко не простых по содержанию и важных по значению в математическом образовании учащихся. Автором издано учебное пособие «Неевклидова геометрия Лобачевского и ее роль в развитии науки», главная цель которого – оказать помощь будущему учителю в подготовке к организации изучения в школе этой темы. Предлагаемый материал в пособии успешно апробирован в школах Хабаровского края и содержит теоретические вопросы и практические задания по темам: история возникновения евклидовой геометрии, сущность аксиоматического метода в геометрии, история возникновения геометрии Лобачевского, основные факты геометрии плоскости Лобачевского, непротиворечивость геометрии Лобачевского, значение открытия неевклидовой геометрии в развитии математики, физики, философии и других наук. Элективный курс по этой теме рекомендуем проводить в 11 классе, так как к этому времени школьники уже изучили основные факты евклидовой планиметрии и стереометрии, познакомились с аксиоматикой школьного курса геометрии, уже знают основной материал курсов физики, астрономии, географии, истории. Этот курс носит обобщающий характер, так как он требует от учеников соединения знаний по отдельным предметам воедино, позволяет расширить и систематизировать их знания об окружающем мире и подготовит их к восприятию более серьезной, строго научной теории неевклидовых геометрий в вузе.

5.2. Мотивация будущего учителя к преподаванию геометрии в процессе изучения дисциплины «Научные основы школьного курса геометрии»

Рассмотрим целесообразность изучения дисциплины «Научные основы школьного курса геометрии» в педагогическом вузе, определим ее структура и содержание для обеспечения мотивации будущих учителей к преподаванию геометрии в школьном курсе. Покажем, что в педагогическом вузе целью изучения студентами дисциплины «Научные основы школьного курса геометрии» является усиление мотивации и предметно-профессиональной направленности в подготовке учителя математики.

Проблема мотивации будущих учителей к преподаванию геометрии является актуальной в связи с тем, что как дисциплина геометрия несет в себе значительную мировоззренческую нагрузку, методологический аппарат, абстрактность. Будущие учителя математики должны быть мотивированы и готовы реализовывать образовательную программу по геометрии в школе в соответствии с требованиями образовательного стандарта.

Для создания мотивации будущего учителя к преподаванию геометрии важно последовательно и модульно выстроить дисциплину «Научные основы школьного курса геометрии», обращая внимание на ее структуру, содержание и в процессе изучения на развитие целостного научного мировоззрения студентов. И тогда целью научного исследования является определение структуры и содержания дисциплины «Научные основы школьного курса геометрии» для обеспечения мотивации будущих учителей к преподаванию геометрии в школьном курсе.

Следует отметить, что дисциплине «Научные основы школьного курса геометрии» предшествует курс геометрии, изучаемый студентами несколько семестров. В результате изучения вузовского курса геометрии студенты должны знать основные требования и порядок реализации образовательной программы по геометрии в школе, уметь использовать геометрические методы при реализации образовательной программы и иметь способность комментировать, интерпретировать геометрические знания во всех разделах математики.

В педагогическом вузе целью изучения студентами дисциплины «Научные основы школьного курса геометрии» является усиление мотивации и предметно-профессиональной направленности в подготовке учителя математики путем изучения методологических основ науки геометрии и главных методов решения задач элементарной геометрии и задач практического содержания: векторный метод, метод координат, метод геометрических преобразований.

В формирование мотивации и овладение студентами научных основ школьного курса геометрии существенный вклад вносит раздел «Основания геометрии. Неевклидовы геометрии», раскрывающий следующие вопросы: история возникновения евклидовой геометрии; сущность аксиоматического метода построения геометрии и его значение для развития геометрии как науки; построение школьного курса геометрии на основе аксиом Л. С. Атанасяна и А. Д. Александрова и примеры доказательства теорем с использованием данных аксиоматик; история возникновения неевклидовой геометрии Лобачевского, ее основные факты; евклидова геометрия, как предельный случай геометрии Лобачевского; другие геометрические системы, отличные от евклидовой геометрии и геометрии Лобачевского.

Этот содержательный материал освещает самые глобальные методологические и мировоззренческие вопросы математики: исторический обзор развития геометрии, осмысление элементарной геометрии в свете современной математической науки, изучение логической базы геометрии и ее логической структуры, изучение элементов неевклидовых геометрий и знакомство с физической картиной мира [5]. Использование данного материала в образовательном процессе позволяет не только усилить мотивацию студентов к преподаванию геометрии в школе, но и взглянуть на предмет, такой как геометрия, с более широких позиций, определив ее положение в системе знаний, увидев науку в развитии, заставив студентов задуматься о расширении и углублении сферы ее применения.

Не менее важной задачей дисциплины «Научные основы школьного курса геометрии» для усиления мотивации являются задачи акцентирования внимания студентов на геометрических методах исследования и решения задач в различных областях науки и закрепления умения решать такие задачи как в школьном курсе геометрии, так и задачи практического содержания в физике, технике, математическом моделировании и т.д. Подчеркивание в курсе такой междисциплинарности усиливает мотивацию будущих учителей к преподаванию геометрии в школьном курсе.

В рамках дисциплины «Научные основы школьного курса геометрии» наиболее востребованы векторный метод, метод координат и метод геометрических преобразований.

Как было отмечено нами ранее, векторный метод решения геометрической задачи заключается в следующем: условие задачи переводится на язык векторной алгебры, изучаются полученные результаты векторных операций и переводятся на геометрический язык как ответ на решение задачи [6].

Важно в процессе изучения дисциплины «Научные основы школьного курса геометрии» обратить внимание студентов на то, что в школьном курсе геометрии изучаются сложение, вычитание, умножение векторов на вещественное число, условия коллинеарности и компланарности векторов. Этих знаний достаточно, чтобы с помощью векторного метода решать значительно проще задачи элементарной геометрии, в условиях которых не употребляется слово «вектор».

Ранее была изложена сущность метода координат решения геометрических задач после усвоения которого студенты понимают, что аналитические методы решения геометрических задач вносят в геометрию элементы стандартизации, не требуют остроумных вспомогательных построений, позволяют алгоритмизировать решения различных задач и применять алгебру в геометрии, то они более мотивированы как будущие учителя к преподаванию геометрии в школьном курсе.

Важность изучения метода геометрических преобразований объясняется тем, что у студентов формируется научное представление о геометрии, изложенное Ф. Клейном в его Эрлангенской программе (1872 г.), и заключается в том, что в основе всякой геометрии лежит группа преобразований, и геометрия изучает инварианты относительно этих преобразований. Изучение этой темы способствует усилению мотивации студентов и их лучшей методологической подготовке. Установление эквивалентности аксиом конгруэнтности (равенства) и движения фигур позволяет студентам глубже понять сущность аксиоматического метода [7].

В процессе изучения дисциплины «Научные основы школьного курса геометрии» студенты овладевают методом геометрических преобразований, применяемом в решении большого количества задач элементарной геометрии, причем часто он представляет собой более простой и красивый метод решения задачи, по сравнению с методами, основанными на знании других фактов геометрии. Кроме того, применение этого метода в решении задач возможно при изучении различных разделов геометрии, что позволяет в некотором роде говорить об универсальности и преемственности этого метода.

Из вышесказанного следует, что изучение в педагогическом вузе дисциплины «Научные основы школьного курса геометрии», несомненно, будет способствовать усилению мотивации и предметно-профессиональной направленности в подготовке учителя математики, что связано со следующими подходами к определению структуры и содержания данной дисциплины: междисциплинарность, методологичность, абстрактность, модульность (основания геометрии, неевклидовы геометрии, векторный метод, метод координат и метод геометрических преобразований) и мировоззренческая составляющая.

5.3. О дисциплине «Научные основы школьного курса геометрии» в педагогическом институте

Проанализиреум построение дисциплины «Научные основы школьного курса геометрии» в педагогическом институте, позволяющей у будущего учителя математики сформировать компетенции, требуемые в преподавании школьного курса геометрии.

В настоящее время в Федеральном государственном образовательном стандарте высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование» обозначены некоторые из компетенций, которые можно развивать в процессе изучения дисциплины «Научные основы школьного курса геометрии». В связи с этим необходимо определить содержание данной дисциплины, выделив разделы и определив ожидаемые результаты в образовательном процессе.

В рамках дисциплины «Научные основы школьного курса геометрии» рассматриваются методологические основы науки геометрии. В результате ее освоения у обучающихся формируются следующие компетенции, закрепленные в стандарте:

– способность использовать основы философских и социогуманитарных знаний для формирования научного мировоззрения (ОК-1);

– способность использовать естественнонаучные и математические знания для ориентирования в современном информационном пространстве (ОК-3);

– готовность сознавать социальную значимость своей будущей профессии, обладать мотивацией к осуществлению профессиональной деятельности (ОПК-1);

– готовность использовать систематизированные теоретические и практические знания для постановки и решения исследовательских задач в области образования (ПК-11) [8].

Изучение этой дисциплины способствует непрерывности образования личности как фактора личностного и профессионального роста: от школьной, вузовской (бакалавриат) до магистровской подготовки на основе требований профессиональных стандартов.

К разделам дисциплины «Научные основы школьного курса геометрии» будем относить: «Основания геометрии. Неевклидовы геометрии», «Векторный и координатный методы в геометрии», «Решение задач на построение на плоскости с помощью циркуля и линейки», «Метод геометрических преобразований решения задач элементарной геометрии», знанием которых должны обладать будущие учителя математики.

Раздел «Основания геометрии. Неевклидовы геометрии» включает глобальные методологические и мировоззренческие вопросы математики: осмысление элементарной геометрии в свете современной математической науки, изучение логической базы геометрии [9].

В основу построения геометрии положен аксиоматический метод, который исключает возможность выводов на основе наглядности, интуиции и обеспечивает логическую строгость геометрической системы. Во многих исследованиях подчеркивается, что аксиоматический метод возник и сложился в ходе общего развития культуры и является культурным наследием. Изучение будущими учителями аксиоматического метода в рамках дисциплины «Научные основы школьного курса геометрии» преследует ряд целей [10]:

– развитие у студентов умений рассуждать и аргументировать свои выводы с помощью аксиоматического метода;

– приобретение студентами опыта использования аксиоматического метода, как общематематического метода, являющегося средством получения знаний и средством обоснованного убеждения;

– формирование у студентов понимания о том, что геометрию в ее современном виде можно рассматривать только в связи с изучением истории ее развития; знакомясь с историей геометрии, студенты обретают понимание того, что геометрия есть результат длительного и упорного труда многих поколений людей;

– формирование у обучаемых представления о дедуктивном методе построения математики, что содействует развитию их пространственного воображения и позволяет с большей целесообразностью изучать свойства важнейших геометрических фигур;

– формирование у студентов понимания о том, что аксиоматический метод в геометрии способствовал открытию неевклидовых геометрий, приведшему к перестройке представлений о научной картине мира;

– формирование у студентов понимания о том, что математики совершили революцию в познании объективной реальности, приведшей к открытию в науке – открытию новой непротиворечивой геометрической системы, отличной от системы Евклида – геометрии Лобачевского.

Открытие Лобачевского положило начало созданию других неевклидовых геометрий, занимающих важное место в современной математике и физике, так как позволило довольно точно объяснить физическую картину мира.

Изучение студентами неевклидовых геометрий включает знакомство с основными элементами сферической геометрии.

Отметим, что сферическая геометрия – неевклидова геометрия, которая в силу специфики теоретического и практического материала, развивает их познавательные способности, интерес к геометрии. Поверхность Земли является, в довольно хорошем приближении, сферой. Над землей простирается небесная сфера – та воображаемая сфера, на которой нам представляется движение небесных светил. Их видимое взаимное расположение подчиняется геометрии на сфере, поэтому она составляет геометрическую основу наблюдательной астрономии. Существование сферической геометрии показало, что геометрия Евклида – лишь частный случай геометрии пространства Вселенной.

В настоящее время сферическая геометрия стала важной частью математики, получила дальнейшее развитие в тех же пределах, что и геометрия Евклида, нашла свое приложение и за пределами геометрической науки – в частности, в астрономии и геодезии, навигации и картографии, поэтому изучение со студентами сферической геометрии важно с разных точек зрения:

– с логической – это новая аксиоматическая теория;

– с познавательной – как один из примеров неевклидовой геометрии;

– с прикладной – изучение сферической геометрии способствует изучению или знакомству с такими науками как физика, астрономия, геодезия, навигация, картография;

– с исторической – возможность показать студентам некоторые исторические факты, связанные с геометрией на сфере;

– с философской – у студентов формируется представление о реальном физическом пространстве.

Следовательно, знакомство студентов с геометрией на сфере в рамках дисциплины «Научные основы школьного курса геометрии» развивает элемент общей культуры человека.

Изучение студентами неевклидовых геометрий позволяет:

– расширить их знания о геометрии на сфере, которая отличается наглядностью, интересными фактами и доступна для понимания;

– повторить некоторые разделы стереометрии, планиметрии, тригонометрии, углубить знания по теории многогранных углов, а также провести линию сходства и различия между геометрией на сфере, геометрией Евклида и геометрией Лобачевского, изучаемых в школе и вузе;

– развивать искусство последовательного, логического рассуждения, интуиции, памяти, мышления, интереса к наукам, связанным с математикой.

В рамках дисциплины «Научные основы школьного курса геометрии» необходимо уделять внимание изучению векторного и координатного методов решения задач элементарной геометрии.

Понимание студентами сущности векторного и координатного методов решения задач элементарной геометрии позволяет им алгоритмизировать решения различных задач и применять алгебру в геометрии.

Одним из разделов дисциплины «Научные основы школьного курса геометрии» является «Решение задач на построение на плоскости с помощью циркуля и линейки». Целесообразность его изучения основывается на следующих моментах: задачи на построение способствуют получению студентами опыта логически рассуждать, анализировать, обобщать, конкретизировать, способствуют развитию пространственных представлений и логического мышления, графической и алгоритмическую культуры, научного мировоззрения. Решение геометрических задач на построение является одним из надежных способов систематического повторения приобретенных сведений по геометрии.

В процессе изучения студентами данного раздела необходимо сформировать у них понимание того, что этапы решения геометрической задачи на построение являются этапами любой задачи (необязательно математической), посредством этих задач реализуются межпредметные связи геометрии со смежными дисциплинами и, особенно, с черчением.

Важность изучения в рамках дисциплины «Научные основы школьного курса геометрии» раздела «Метод геометрических преобразований решения задач элементарной геометрии» объясняется тем, что в процессе его изучения у студентов формируется научное представление о геометрии, изложенное Ф. Клейном в его Эрлангенской программе (1871г.).

Следует отметить, что в основе всякой геометрии лежит группа преобразований и геометрия изучает инварианты относительно этих преобразований. Изучение студентами раздела, связанного с геометрическими преобразованиями, способствует их лучшей методологической подготовке в плане установления эквивалентности аксиом конгруэнтности (равенства) и движения фигур, что позволяет им глубже понять сущность аксиоматического метода. Образование фактор-множества по тому или иному виду отношения эквивалентности дает возможность понять студентам, почему изучаются свойства одного объекта и распространяются на все ему эквивалентные относительно определенного преобразования [11].

В процессе изучения геометрических преобразований студенты овладевают методом геометрических преобразований, применяемом в решении большого количества задач элементарной геометрии, что подтверждает его универсальность и преемственность.

Таким образом, нами выделены разделы дисциплины «Научные основы школьного курса геометрии», изучаемой студентами направления подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование» в педагогическом институте, описаны ожидаемые результаты образовательного процесса, которые соотносятся с перечнем компетенций, закрепленных в стандарте.

5.4. Изучение раздела «Основания геометрии. Неевклидовы геометрии» на семинарских занятиях, выступающих средством повышения качества подготовки бакалавров по дисциплине «Геометрия»

Рассмотрим методические рекомендации по изучению раздела «Основания геометрии. Неевклидовы геометрии» на семинарских занятиях по геометрии у бакалавров педагогического направления подготовки, способствующие повышению качества их образования по данному разделу.

Современные требования к будущему учителю математики выдвигают на первый план его профессиональную подготовку по математическим разделам, одним из которых является геометрия. В педагогическом вузе у бакалавров как будущих учителей математики складывается современный взгляд на геометрию при изучении такого ее раздела, как «Основания геометрии. Неевклидовы геометрии», в рамках которого изучаются исторические и методологические вопросы.

Раздел «Основания геометрии. Неевклидовы геометрии» рекомендуется изучать как завершающий раздел вузовского курса геометрии. Действительно, к этому моменту студенты овладели основами высшей геометрии, связанной с привлечением разнообразных специальных методов геометрических исследований: методов координат и геометрических преобразований аналитической геометрии, метода бесконечно-малых дифференциальной геометрии, метода проекций в проективной геометрии и др., углубили свои знания и по элементарной геометрии. Курс «Основания геометрии. Неевклидовы геометрии» имеет целью завершить всестороннюю подготовку учителя по геометрии. Отсюда задачи изучения оснований геометрии и неевклидовых геометрий состоят в том, чтобы:

- познакомить студентов с эволюцией основных геометрических идей с древних времён до настоящего времени, т.е. с историческим обзором развития геометрии;
- способствовать осмыслению студентами элементарной геометрии в свете современной математической науки, логической базы геометрии и её логической структуры глубже, чем это дается в школьном и вузовском курсах элементарной геометрии;
- познакомить студентов с элементами неевклидовых геометрий, их связи с евклидовой геометрией, познакомить с физической картиной мира.

На решение этих задач должны быть направлены лекционный курс и семинарские занятия по основаниям геометрии, выступающие средством повышения качества подготовки бакалавров по дисциплине «Геометрия».

Нами разработана система семинарских занятий по основаниям геометрии, в которой определены тематика, планы 10 семинаров и методические разработки к ним, охватывающие основные вопросы разделы и позволяющие обучающимся более качественно подготовить себя к преподаванию данного раздела в школе.

Приведем тематику 10 семинаров по разделу «Основания геометрии. Неевклидовы геометрии».

1. Семинарские занятия № 1–2.

Тема «Исторический обзор обоснования геометрии».

План:

1. Геометрия до Евклида.
2. «Начала» Евклида. Их достоинства и недостатки.
3. Попытки улучшить аксиоматику Евклида.
4. Попытки доказательства 5 постулата Евклида.
5. Понятие эквивалентности математических предложений.
6. Предложения, эквивалентные 5 постулату Евклида:

а. через каждую точку вне прямой проходит только одна прямая, параллельная данной;

b. сумма внутренних односторонних углов, образуемых секущей с двумя параллельными прямыми, равна 180°;

c. если через точку B прямой b провести перпендикуляр р к прямой b, а через точку A прямой b – прямую n, наклонную к прямой b, то прямые p и n пересекаются;

d. сумма углов треугольника равна 180°;

e. существуют подобные треугольники;

f. если даны *A, B, C* – три точки, не лежащие на одной прямой, то существует окружность, проходящая через каждую из этих точек;

g. теорема Пифагора.

2. Семинарские занятия № 3–4.

Тема «Аксиоматический метод в геометрии».

План:

1. Основные периоды развития аксиоматического метода:

a. период содержательной аксиоматики;

b. период полуформальной аксиоматики;

c. период формальной аксиоматики.

2. Сущность аксиоматического метода построения геометрии. Роль практики в развитии аксиоматического метода.
3. Требования, предъявляемые к системе аксиом.
4. Аксиоматика Д. Гильберта Евклидовой геометрии. Доказательство теорем на её основе.
5. Аксиоматика Г. Вейля Евклидовой геометрии. Доказательство теорем на её основе.
6. Аксиоматики Л. С. Атанасяна и А. Д. Александрова школьного курса геометрии. Доказательство теорем на их основе.
7. Значение аксиоматического метода для развития математики.

3. Семинарские занятия № 5–6.

Тема «Теория измерений».

План:

1. Длина отрезка. Теорема существования и единственности.
2. Площадь многоугольника. Теорема существования и единственности.
3. Равновеликость и равносоставленность многоугольников. Класс квадрируемых фигур.
4. Теория объемов.

4. Семинарские занятия № 7–8.

Тема «Основные факты геометрии Лобачевского. Математическое и философское значение исследований Лобачевского».

План:

1. Н. И. Лобачевский – великий русский ученый и педагог.

2. Определение плоскости Лобачевского. Взаимное положение прямых на плоскости Лобачевского.

3. Определение параллельности в смысле Лобачевского. Свойства параллельных прямых.

4. Определение расходящихся прямых. Свойства расходящихся прямых.

5. Свойства треугольников и четырехугольников.

6. Кривые на плоскости Лобачевского и их свойства.

7. Угол параллельности. Геометрия Евклида – предельный случай геометрии Лобачевского.

8. Непротиворечивость геометрии Лобачевского.

9. Математическое значение исследований Лобачевского. Философское значение исследований Лобачевского.

10. Неевклидова геометрия и физическое пространство.

5. Семинарское занятие № 9.

Тема «Сферическая геометрия».

План:

1. История возникновения сферической геометрии.
2. Основные понятия сферической геометрии.
3. Основные факты сферической геометрии (площадь сферического треугольника, четырёхугольника, многоугольника; длина окружности; площадь круга и др.).
4. Сферическая тригонометрия.
5. О применении сферической геометрии в науке и практике.
6. Понятие об эллиптической геометрии Римана.

6. Семинарское занятие № 10.

Тема «Элементы псевдоевклидовой геометрии и геометрии Галилея».

План:

1. Геометрия псевдоевклидовой плоскости (понятия, теоремы).
2. Псевдоевклидово трехмерное пространство и его свойства.
3. Геометрия Галилея.
4. Псевдоевклидова геометрия и геометрия Галилея – как геометрическая основа специальной теории относительности.

Список литературы для подготовки к семинарским занятиям

1. Аргунов Б. И. Учебное пособие по курсу «Основания геометрии» М.: Изд-во МГЗПИ, 1961.
2. Атанасян Л. С. Геометрия Лобачевского. М.: Просвещение, 2001.
3. Атанасян Л. С., Базылев В. Т. Геометрия: учебное пособие: в 2 ч. М.: Изд-во КНОРУС, 2011.

4. Бирюкова О. А. Научно-методические основы изучения курса «Геометрия Лобачевского»: учебное пособие для студентов. Хабаровск: Изд-во ХГПУ. 1999.

5. Кантор Б. Е. Неевклидовы геометрии и связь с реальным миром. Л.: Знание, 1983.

6. Кутузов Б. В. Геометрия Лобачевского и элементы оснований геометрии. М.: Учпедгиз, 1950.

7. Молодший В. И. Очерки по философским вопросам математики. М.: Учпедгиз, 1969.

8. Просолов В. В. Геометрия Лобачевского. М., 2002.

9. Розенфельд Б. А. История неевклидовой геометрии. М.: Наука, 1976.

Представленная тематика и планы семинарских занятий по разделу «Основания геометрии. Неевклидовы геометрии» и их использование в образовательном процессе позволяют углубить знания студентов по геометрии, что оказывает влияние на качество подготовки по дисциплине «Геометрия».

Качественная профессиональная подготовка студентов может осуществляться на основе методических разработок каждого семинарского занятия, включающих:

− цели: образовательную – что должен усвоить студент, изучивший данный раздел, чем обогатит свои знания по геометрии и методическую – показать важность изучения этого раздела будущему учителю, необходимость знания его для преподавания в школе;

− подробный план с указанием обязательной и дополнительной литературы, необходимой для изучения поставленных вопросов;

− краткое изложение основных фактов теории по темам семинара, которым следует уделить особое внимание при подготовке для достижения образовательной и методической целей, поставленных перед данным занятием;

− рекомендации по форме проведения семинарского занятия.

Приведем пример методической разработки семинарских занятий на тему «Исторический обзор обоснования геометрии». *Образовательная цель* – познакомить студентов с историей возникновения Евклидовой и Неевклидовой геометрий; выяснить историческую почву, на которой возникли «Начала» Евклида; подвести к пониманию необходимости современного формально-логического построения геометрии; на основе анализа «Начал» дать критику содержащегося в них обоснования; рассмотреть попытки уточнения «Начал» по двум направлениям – улучшения определений и пополнения аксиом и попытки доказательства 5 постулата; показать, что на пути критики «Начал» была открыта неевклидова геометрия Лобачевского. *Методическая цель* – показать будущему учителю различные подходы к изучению исторических вопросов геометрии [12].

Для достижения образовательной цели необходимо:

1. Рассмотреть зарождение математики в Египте и Вавилоне, основные достижения этой математики; указать на развитие древнегреческой математики в философских трудах Пифагора, Демокрита, Платона, Аристотеля; показать идеализм пифагорийской и платоновской философий и материализм аристотелевой; сделать вывод о необходимости систематизации и приведении в стройную логическую систему накопленных знаний.
2. Показать, каких философских взглядов придерживался Евклид (330–275 гг. до н.э.), рассмотреть строение «Начал»; подчеркнуть, что «Начала» представляют один из древнейших и наиболее удачных опытов систематизации на дедуктивной основе геометрических знаний, накопленных человечеством с древних времен; выяснить роль «Начал» в развитии геометрии и их недостатки, подчеркнуть их главный недостаток – неполноту аксиоматики.
3. Рассмотреть попытки улучшения аксиоматики Евклида и сделать вывод – историческое значение их заключается в том, что они способствовали становлению современной аксиоматики в геометрии.
4. Выделить особо 5 постулат Евклида, подчеркнуть его роль в истории дальнейших геометрических исследований; обратить внимание на то, что в течение более 20 веков усилия многочисленных ученых были направлены на поиски доказательств этого предложения, которое так и не было найдено; подчеркнуть то, что эти исследования сыграли большую роль в углублении геометрической теории, подготовили открытие новой геометрии, в которой 5-й постулат Евклида не имеет места; рассмотреть несколько доказательств 5-ого постулата (Дж. Валлис, Лагранж, Ламберт, Саккери); провести обзор предложений, равносильных 5-му постулату.
5. Обратить внимание на то, что Неевклидова геометрия Лобачевского была открыта на пути доказательства 5-го постулата методом «от противного»; подчеркнуть, что основоположником новой геометрии является великий русский учёный Н. И. Лобачевский (1792–1856 гг.), хотя следует отметить такие имена, как Я. Бойяи (1802–1860 гг.), К. Ф. Гаусс (1777–1855 гг.), выяснить и их вклад в открытие Неевклидовой геометрии; отметить, что открытие геометрии послужило толчком к пересмотру логических оснований геометрии и на этом пути к открытию различных других логически мыслимых геометрических систем [13].

Для достижения методической цели следует отметить бакалаврам, что знакомясь с историей геометрии, они усвоят ту важную мысль, что математическая наука и, в частности, геометрия есть результат длительного и упорного труда многих поколений, и что в основе геометрии лежит стремление человека к познанию реальной действительности.

Для бакалавров важно подчеркнуть, что в школе с историей 5-го постулата Евклида учащихся можно знакомить одновременно с изучением теории параллельных, при этом полезно изучить с ними некоторые попытки доказательства 5-го постулата: этот материал способствует развитию логического мышления учащихся, преодолению недочетов в их представлениях о методе доказательства «от противного», понять, что метод «от противного» – это доказательство теоремы, противоположной обратной – эквивалентной прямой; поможет учащимся разобраться в понятиях о необходимых и достаточных условиях и видах теорем.

Таким образом, ввиду ограниченности времени на изучение данного раздела в педагогическом вузе, отведенного программой и учебным планом, предлагается помимо обязательных занятий по геометрии предоставить возможность бакалаврам углубить знания на научном кружке (1–3 курсы), на курсах по выбору (4–5 курсы), при выполнении как научных, так и методических курсовых и дипломных работ. Методические разработки научного кружка и курса по выбору должны включать не только вопросы геометрии Лобачевского и сферической, но и эллиптической и псевдоевклидовой геометрий, геометрии Галилея и их связи с физикой, значение открытия неевклидовых геометрий в развитии математики и других наук. Такие научные кружки и курсы по выбору оказывают влияние на повышение качества подготовки бакалавров по дисциплине «Геометрия» и завершают подготовку будущего учителя к проведению уроков и элективных курсов по геометрии в школе.

5.5. Выводы по главе 5

Таким образом, автор обращает внимание на имеющуюся большую взаимосвязь вузовского курса геометрии и курсов геометрии как в общеобразовательной школе, так и в классах с углубленным изучением математики, что позволяет при достаточно умелой организации учебного процесса по геометрии в педагогическом вузе подготовить хорошего учителя по математике в школе.

Указано, что проблема мотивации будущих учителей к преподаванию геометрии является актуальной в связи с тем, что как дисциплина геометрия несет в себе значительную мировоззренческую нагрузку, методологический аппарат, абстрактность. Будущие учителя математики должны быть мотивированы и готовы реализовывать образовательную программу по геометрии в школе в соответствии с требованиями образовательного стандарта.

Рассмотрены методические рекомендации по изучению раздела «Основания геометрии. Неевклидовы геометрии».

Библиографический список к главе 5

1. Тимошенко Т. А. Геометрические преобразования плоскости и их применение к решению задач элементарной геометрии // Научно-методический журнал МИФ-1. Хабаровск: Изд-во ХКЦТТ, 2010. № 1.
2. Тимошенко Т. А. О постановке спецкурса «Конструктивные задачи элементарной геометрии» для студентов специальности 01010.65 «Математика»: содержание и технологии развития учащихся и студентов в образовательном пространстве школы и вуза; материалы краевой конференции учителей и преподавателей образовательных учреждений. Хабаровск: Изд-во ДВГГУ, 2010. С. 180–185.
3. Тимошенко Т. А. О роли вузовского курса «Основания геометрии. Неевклидовы геометрии» в решении проблемы формирования целостного научного мировоззрения будущих учителей: реализация государственного образовательного стандарта по математике и информатике: достижения, проблемы, перспективы: сборник научных трудов. Хабаровск: Изд-во ДВГГУ, 2005. С. 117–122.
4. Тимошенко Т. А. К вопросу об изучении темы «Неевклидовы геометрии» в педагогическом вузе и школе: вторая Сибирская геометрическая конференция: тезисы докладов. Томск: Изд-во ТГПУ, 1996. С. 129–131.
5. Тимошенко Т. А. О роли вузовского курса «Основания геометрии. Неевклидовы геометрии» в решении проблемы формирования целостного научного мировоззрения будущих учителей // Реализация государственного образовательного стандарта по математике и информатике: достижения, проблемы, перспективы: сборник научных трудов. – Хабаровск: Изд-во Дальневосточ. гос. гуманит. ун-та, 2005. С. 117–122.
6. Щербакова Л. Я. Взаимосвязь вузовского и школьного курсов геометрии // Актуальные проблемы преподавания математики, информатики и смежных дисциплин в вузе и школе: сборник научных трудов / под ред. В. В. Менделя. Хабаровск: Изд-во Дальневосточ. гос. гуманит. ун-та, 2007. С. 106–116.
7. Тимошенко Т. А. Изучение геометрии в вузе как средство решения проблемы формирования целостного мировоззрения молодых специалистов // Актуальные проблемы преподавания математики, информатики и смежных дисциплин в вузе и школе: сборник научных трудов / под ред. В. В. Менделя. Хабаровск: Изд-во Дальневосточ. гос. гуманит. ун-та, 2007. С. 117–123.
8. Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования по направлению подготовки 44.03.05. «Педагогическое образование» (с двумя профилями подготовки) (уровень бакалавриата)

[Электронный ресурс]. URL: http://fgosvo.ru/uploadfiles/fgosvob/ 440305.pdf (дата обращения: 10.03.2017).

9. Тимошенко Т. А. О роли вузовского курса «Основания геометрии. Неевклидовы геометрии» в решении проблемы формирования целостного научного мировоззрения будущих учителей // Реализация государственного образовательного стандарта по математике и информатике: достижения проблемы, перспективы: сб. научн. тр. Хабаровск: Изд-во ДВГГУ, 2005. С. 117–122.

10. Мантуров О. В., Исаева М. А. Об аксиоматическом методе в школьном курсе геометрии // Математика в школе. 1988. № 3. С. 4–12.

11. Тимошенко Т. А. О преемственности преподавания геометрии в школе и в вузе // Материалы 35 Международного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов под рук. А.Г. Мордковича, 22–24 сентября 2016 г. Ульяновск: Изд-во «УлГПИ им. И.Н. Ульянова», 2016. С. 293–296.

12. Тимошенко Т. А. Неевклидова геометрия Лобачевского и её роль в развитии науки: учебное пособие. Хабаровск: Изд-во ХГПУ, 1996.

13. Тимошенко Т. А. Изучение геометрии в вузе как средство решения формирования целостного научного мировоззрения будущих учителей: материалы 33 Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов под рук. А. Г. Мордковича, 25–27 сентября 2014г. Киров: Изд-во ВЯТГГУ, 2014.

ГЛАВА 6
АКТИВИЗАЦИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ «ЭЛЕМЕНТАРНАЯ МАТЕМАТИКА»

И. В. Карпова*

** Кандидат педагогических наук, доцент кафедры математики и информационных технологий.*

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«Тихоокеанский государственный университет», г. Хабаровск

6.1. Активизация самостоятельной работы студентов в процессе изучения дисциплины «Элементарная математика»

> «Никто не может достигнуть совершенства с чужой помощью, а должен сам себя совершенствовать. Всякое просто пассивное поведение – прямая противоположность культуре; образование совершается путем самодеятельности и имеет своей целью самодеятельность»
>
> А. Дистервег

В современном образовательном процессе как в школе, так и в высшем учебном заведении одной из важных, достаточно давно и широко обсуждаемых проблем является проблема организации самостоятельной работы обучаемых. Такая значимость этой проблемы обусловлена, прежде всего, тем, что именно в самостоятельной деятельности обучаемого проявляется его мотивация, целенаправленность, самоконтроль и самоорганизованность. Самостоятельная работа студента является фундаментом для его дальнейшего профессионального роста и саморазвития.

В соответствии с новыми требованиями, предъявляемыми обществом и государством к подготовке специалистов различных направлений, учебный процесс в вузе должен быть организован так, чтобы студент не пассивно потреблял знания, которые ему предлагает преподаватель в форме информации, а стал активным субъектом в системе «обучающий – обучаемый». В таком контексте самостоятельная работа студентов является основой учебного процесса.

Проведенный нами анализ психолого-педагогической литературы показывает, что к решению проблемы организации самостоятельной деятельности обучающихся обращались многие педагоги и психологи. Роль и место самостоятельности в формировании человеческой личности рассмотрены в трудах Б. Г. Ананьева, Л. С. Выготского, А. Н. Леонтьева, С. Л. Рубинштейна, Н. Ф. Талызиной, Л. М. Фридмана и др. В работах В. В. Давыдова, В. С. Мерлина, Д. Б. Эльконина обосновывается важность и необходимость формирования самостоятельной активности в студенческом возрасте. Исследования И. А. Васильева, А. А. Вербицкого, В. И. Горовой, Т. Н. Шамовой доказывают, что использование различных форм и методов самостоятельной работы в учебном процессе ведет к заметному повышению качества обучения.

Следует отметить, что проблема организации самостоятельной деятельности обучаемого и ее роль в его личностном развитии является обсуждаемой на протяжении всего исторического периода развития образования.

Значимость активного самостоятельного овладения знаниями учеником было обосновано еще древнегреческими философами Аристотелем, Сократом и др. По их убеждению, цель обучения – достижение умственной самодеятельности. Сократ отмечал, что только в процессе самостоятельной деятельности может успешно протекать развитие мышления человека [1].

Эти положения обсуждались и развивались на всех следующих этапах становления педагогической теории и практики. Даже в эпоху средневековья, когда в практике школы господствовал догматизм, представители передовой педагогической мысли призывали развивать у учащихся самодеятельность, пытливость и умение свободно оперировать своими знаниями [2].

Выдающийся педагог А. Дистервег подчеркивал, что «лишь насколько хватает самодеятельности человек способен воспринимать образование от других или приобретать его самостоятельно». В связи с этим главная цель педагога по мнению А. Дистервега заключается в развитии самодеятельности обучаемого. Именно благодаря самодеятельности «человек может впоследствии сделаться распорядителем своей судьбы, продолжателем образования своей жизни». В связи с этим, главная задача педагога заключается в том, чтобы побуждать у обучаемого стремления к познанию и «пробужденные удовлетворять». «Настоящий учитель приводит, благодаря своей деятельности, ..., стремления ученика и воспитанника в движение. ... Так возникает постепенно готовность к самодеятельности, посредством которой человек становится выше природы, делается человеком. Быть человеком – значит быть самодеятельным в стремлении к разумным целям» [3, с. 72].

Разработка проблемы необходимости организации самостоятельной деятельности обучаемых отражена и в трудах выдающихся российских педагогов. Так одной из основных идей дидактического учения К. Д. Ушинского является идея активности ученика, при этом задача педагога заключается в стимулировании самодеятельности обучаемого. Одно из дидактических правил К. Д. Ушинского: дети, по возможности, должны трудиться самостоятельно, а учитель руководит этим самостоятельным трудом и дает для него материал. «Язык, конечно, есть один из мощнейших воспитателей человека; но он не может заменить собою знаний, извлекаемых прямо из наблюдений и опытов ... Не уметь хорошо выражать свои мысли – недостаток, но не иметь самостоятельных мыслей – еще гораздо больший; самостоятельные же мысли вытекают только из самостоятельно же приобретенных знаний» [4, с. 40].

Представитель гуманистической педагогики конца XIX – начала XX вв. П. Ф. Каптерев подчеркивал: «Сущность образовательного процесса с внутренней стороны заключается в саморазвитии организма; передача важнейших культурных приобретений и обучение старшим поколением младшего есть только внешняя сторона этого процесса, закрывающая само существо ее» [5, с. 538]. Основным понятием педагогического процесса он считал самодеятельность: «помимо самодеятельности, человек и развиваться не может: такова его природа». Задача педагога – всемерно способствовать процессу саморазвития ученика.

В современных психолого-педагогических исследованиях значимость организации самостоятельной учебной деятельности обучаемых подчеркивается в связи с переходом от парадигмы обучения к парадигме образования. В новой образовательной парадигме студент из пассивного потребителя знаний должен превратиться в активного субъекта образовательного процесса. В результате студент должен уметь грамотно сформулировать проблему, проанализировать возможные пути ее решения, найти оптимальный результат и доказать его правильность. В этом контексте самостоятельная учебная деятельность студентов должна превратиться в основу образовательного процесса [6, с. 10].

И. А. Зимняя определяет значимость самостоятельной учебной работы для обучающегося с психологической точки зрения. Она отмечает, что самостоятельная учебная работа должна быть осознана обучающимся как внутренне мотивированная и свободная по выбору деятельность. При этом предполагается выполнение обучающимся следующих действий:

– осознание цели своей деятельности;
– принятие учебной задачи;
– придание учебной задаче личностного смысла;
– подчинение выполнению этой задачи других интересов и форм своей занятости;
– самоорганизация в распределении учебных действий во времени;
– самоконтроль в выполнении учебных действий [7, с. 114–115].

Самостоятельная работа как самостоятельная учебная деятельность может возникнуть на основе недостатка информации («информационного вакуума»). Когда обучающийся испытывает потребность освоить что-то новое, ему неизвестное, но в данный момент осознанное им как нужное и важное для себя, но в учебном процессе возможности удовлетворения такой потребности нет. Таким образом, для активизации самостоятельной учебной деятельности студента преподавателю необходимо ставить перед ним новые познавательные задачи

«В деятельностном определении самостоятельная работа – это организуемая самим школьником в силу его внутренних познавательных мотивов, в наиболее удобное, рациональное с его точки зрения время, контролируемая им самим в процессе и по результату деятельность на основе внешкольного опосредованного системного управления ею со стороны учителя» [8, с. 115].

Психологическим детерминантом самостоятельной работы обучающегося как особой формы учебной деятельности является саморегуляция. В связи с этим, для активизации самостоятельной работы как формы учебной деятельности, в целях развития саморегуляции студента преподавателю необходимо решать задачи по формированию у студента:

– целостной системы представлений о своих возможностях и умениях их реализовать;

– умений не только понимать предложенные ему цели, но и формулировать их самому;

– способности моделировать собственную деятельность;

– умений программировать самостоятельную деятельность (осуществлять выбор способа преобразования заданных условий, отбор средств для этого преобразования, определять последовательность отдельных действий)

– умений оценивать конечные и промежуточные результаты своих действий;

– представлений, как можно изменить эти действия, чтобы результат соответствовал предъявленным требованиям;

– высокого уровня самосознания;

– рефлексивности мышления и др.

По мнению А. К. Осницкого, умения саморегуляции могут быть сформированы достаточно быстро, если они выступают предметом целенаправленных действий преподавателя и самого обучающегося. При этом развитие саморегуляции человека способствует становлению его самостоятельности [9].

В современной дидактике самостоятельная работа студентов рассматривается, с одной стороны, как вид учебного труда, осуществляемый без непосредственного вмешательства, но под руководством преподавателя, а с другой – как средство вовлечения студентов в самостоятельную познавательную деятельность, формирования у них методов организации такой деятельности.

Анализ психолого-педагогической литературы позволил выделить два аспекта самостоятельной работы студента в образовательном процессе вуза:

– социально значимый аспект: главная задача вуза – научить будущего специалиста постоянно пополнять свои знания, привить вкус к непрерывному самообразованию;

– психолого-дидактический аспект: мыслительная деятельность индивидуальна, она нуждается в активном самостимулировании и постоянном самопобуждении, приобретает ценностный смысл при высоком интересе к объекту познания и при условии прозрачности цели и ее субъективной значимости.

Таким образом, самостоятельная работа студента – это деятельность по самообразованию, это качественно новый уровень взаимодействия педагога и студента в процессе обучения, когда доминирует учение, а не преподавание.

Мы рассматриваем самостоятельную работу студента как

– вид познавательной деятельности, при котором проявляются активность и независимость личности, инициатива, ответственность, способность действовать без посторонней помощи и руководства;

– процесс усвоения определенной суммы знаний и способов деятельности:

– сформированный элемент индивидуального опыта.

Такое понимание феномена «самостоятельная работа студента» способствует, с одной стороны, эффективному усвоению студентами знаний и овладению ими способами деятельности, входящими в содержание обучения по учебному предмету, с другой стороны, удовлетворению потребности студентов в постоянном самосовершенствовании по предмету за пределами обязательного программного материала, что, в конечном итоге, способствует процессу их саморазвития.

Организация самостоятельной работы студентов может быть различной. При полной («автономной») самостоятельности студент сам формулирует цель работы (дает себе установку), сам выбирает содержание, создает условия, сам ограничивает себя сроками и несет ответственность за качество своей работы. Данный вид самостоятельности проявляется в большей степени при усвоении предмета в таких условиях обучения, как экстернат, дистанционное, заочное обучение.

При неполной (частичной) самостоятельности функция определения цели, содержания деятельности, сроков выполнения задания, форм отчетности возлагается на преподавателя. Самостоятельность студента заключается в индивидуальном стиле осуществления заданной преподавателем работы. Следует учитывать, что усложняющийся характер учебных заданий, их поисковая, творческая проблемная направленность вызывают у студента не только интерес к материалу, но и повышают исполнительскую ответственность и познавательную активность.

Таким образом, организация самостоятельной деятельности студентов рассматривается нами как процесс и результат взаимодействия преподавателя и студентов по созданию условий успешного продвижения студентов к более высокому уровню этой деятельности при постоянном снижении внешнего и усилении внутреннего контроля за процессом и результатом этой деятельности.

Грамотно организованная самостоятельная учебная деятельность студента способствует формированию у него навыков:

– выделять познавательные задачи;

– выбирать способы их решения;

– выполнять операции контроля за правильностью решения поставленной задачи;

– совершенствовать навыки реализации теоретических знаний.

Следует отметить, что активизация самостоятельной учебной деятельности студентов возможна только при наличии у них серьезной и устойчивой мотивации. Самым сильным мотивирующим фактором для каждого студента должна быть, конечно, подготовка к будущей профессиональной деятельности.

Анализ психолого-педагогической литературы позволил нам выделить основные факторы, способствующие активизации учебной самостоятельной деятельности студентов.

1. Студент должен быть уверен в полезности выполняемой работы. Отношение студента к самостоятельному выполнению задания существенно меняется, если он знает, что результаты его работы будут использованы непосредственно им или преподавателем на практическом занятии, в деловой игре, при прохождении практики, подготовке публикации, выпускной квалификационной работы и др. При этом и качество выполняемой работы значительно возрастает.

2. Приобщение студентов к творческой деятельности: участие в научно-исследовательской или методической работе, олимпиадах, конкурсах, которые проводятся на кафедре.

3. Введение в учебный процесс интерактивных методов: деловые или ситуационные формы занятий, игровые тренинги, деловые игры. Именно такие формы организации учебного процесса во многом способствуют развитию у студентов целостного представления об изучаемом объекте или процессе, а также навыков самостоятельного принятия решений.

4. Использование мотивирующих факторов контроля знаний (накопительные оценки, рейтинг, тесты, нестандартные экзаменационные процедуры). Конечно, здесь необходимо четко отслеживать, чтобы накопление баллов не стало самоцелью для получения высокой оценки и только.

Задача преподавателя в этой ситуации создать такие условия, при которых эти факторы могут вызвать стремление к состязательности, что само по себе является сильным мотивационным фактором самосовершенствования человека.

5. Поощрение студентов за достижения в учебе и творческой деятельности (стипендии, поощрительные баллы) и «санкции» за отсутствие продвижений (снижать оценку за выполнение работы позже назначенного срока).

7. Индивидуализация заданий, предлагаемых для самостоятельной работы студентов, выполняемых как в аудитории, так и вне ее. По возможности, корректировка заданий для каждой новой группы (в идеале для каждого конкретного студента).

8. Немаловажным мотивационным фактором в активизации самостоятельной деятельности студента является личность преподавателя. Студент будет стремиться к постоянному самосовершенствованию, если понимает, что преподаватель является профессионалом своего дела, постоянно самосовершенствуется, интересуется последними достижениями теории и практики в области его профессиональных интересов, приобщает студентов к научно-исследовательской деятельности. Преподаватель может и должен помочь студенту раскрыть свой творческий потенциал, определить перспективы своего внутреннего роста и самосовершенствования.

9. Мотивация самостоятельной учебной деятельности может быть усилена при использовании циклового обучения («метод погружения»).

Активизация самостоятельной учебной деятельности студента предполагает такую организацию образовательного процесса, при которой эта деятельность носит проблемный характер и является ведущим средством формирования профессиональных компетенций.

В соответствии с учебным планом подготовки бакалавров по направлению 44.03.05 – Педагогическое образование, профили «математика» и «информатика», на изучение дисциплины «Элементарная математика (арифметика)» отводится 4 зачетных единиц (144 часа), из которых 72 часа – это самостоятельная работа студентов. Таким образом, для успешного изучения дисциплины необходимо активизировать самостоятельную учебную деятельность студентов.

Программа учебной дисциплины «Элементарная математика (арифметика)» включает в себя следующие темы:

1. Отношение делимости на множестве целых чисел и его свойства.

3. Простые и составные числа и их свойства.

2. Деление с остатком на множестве целых чисел.

4. Систематическая запись числа в различных системах счисления.

5. Решение уравнений целых числах.

6. Задачи вычислительной комбинаторики.

7. Текстовые задачи и методы их решения.

Основными формами самостоятельной учебной работы студентов при изучении курса являются:

– работа над конспектом лекции (самостоятельно при подготовке к очередному практическому занятию, совместно с преподавателем вначале каждого практического занятия);

– подготовка к практическому занятию (изучение методических пособий, ответы на вопросы, сформулированные в лекции и др.)

– доработка конспекта лекции по учебнику, дополнительной и справочной литературе;

– анализ и конспектирование рекомендованной литературы;

– самостоятельное изучение отдельных тем;

– решение задач индивидуальных заданий как по отработанным на практических занятиях алгоритмам, так и задач исследовательского характера.

В психолого-педагогической литературе выделяется пять уровней организации самостоятельной учебной деятельности обучаемых:

1) дословное и преобразующее воспроизведение информации;
2) самостоятельная работа по образцу;
3) реконструктивно-самостоятельные работы;
4) эвристические самостоятельные работы;
5) творческие (исследовательские) самостоятельные работы [10].

По каждой из представленных выше тем разработан комплекс заданий для самостоятельной работы студента. В комплекс входят: теоретическое задание; тест по теории; индивидуальное задание (решение задач); задание творческого или исследовательского характера.

Теоретическое задание предполагает либо анализ и систематизацию текста прослушанной лекции, либо анализ и систематизацию учебной и методической литературы по соответствующей теме.

Так по теме «Задачи вычислительной комбинаторики» студентам предлагается систематизировать тест лекции по следующей табл. 6.1.

Таблица 6.1

Систематизация текста лекции по таблице

Понятие	Определение	Пример
Комбинаторная задача		
Выборка длины m из множества, состоящего из n элементов		
Упорядоченная выборка		
Неупорядоченная выборка		
Выборка с повторениями		
Выборка без повторений		

Заметим, что приведение примеров каждого из приведенных понятий обязательно и оценивается достаточно высоко, так как по той классификации уровней самостоятельной учебной деятельности, которую мы привели выше, воспроизведение определения понятия – это только первый уровень. Когда студент подбирает и формулирует примеры, он уже работает на третьем уровне.

Далее работа студента по тексту лекции заключается в систематизации основных комбинаторных принципов и соединений (схема представлена на рис. 6.1.

После того, как на практических занятиях по этой теме рассмотрены алгоритмы решения комбинаторных задач, студентам предлагается продолжить таблицу, представленную на рис. 6.1 и на каждое комбинаторное соединение подобрать задачу. В заключение такой работы студент должен составить сложную комбинаторную задачу, решение которой предполагало бы использование как формул основных комбинаторных соединений, так и основных комбинаторных принципов.

Такая организация самостоятельной учебной деятельности студентов по изучению данной темы позволяет будущему учителю математики не только освоить и «присвоить» теоретический материал и научиться решать задачи, но и формировать профессиональные умения по составлению и подбору задач.

Следующим видом самостоятельной работы студентов по теме «Задачи вычислительной комбинаторики» является индивидуальное задание, включающее 6 задач, пять из которых нужно решить.

Цель этого задания не только получить правильный ответ, но и привести полное развернутое решение с обоснованием каждого шага. Шестая задача приведена с решением, но в решении есть ошибка. Предлагается эту ошибку найти и объяснить по каким причинам она могла быть допущена. Именно достижение этой цели ведет к приобретению будущим учителем математики профессиональных компетенций.

Теорию по теме «Текстовые задачи и методы их решения» студентам предлагается подобрать и систематизировать самостоятельно по предложенной схеме 6.1.

КОМБИНАТОРНЫЕ ПРИНЦИПЫ (ПРАВИЛА)

ПРИНЦИП (правило) СУММЫ	ПРИНЦИП (правило) ПРОИЗВЕДЕНИЯ

КОМБИНАТОРНЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

Х А Р А К Т Е Р В Ы Б О Р К И

Размещения с повторениями	***Размещения без повторений***	***Перестановки без повторений***	***Сочетания без повторений***	***Перестановки с повторениями данного состава***	***Сочетания с повторениями***
$\widetilde{A}_n^m = n^m$	$A_n^m = \dfrac{n!}{(n-m)!}$	$P_n = n!$	$C_n^m = \dfrac{n!}{m!(n-m)!}$	$P_m = \dfrac{m!}{m_1!\cdot m_2!\cdot \ldots \cdot m_n!}$	$\widetilde{C}_n^m = \dfrac{(n+m-1)!}{m!\cdot(n-1)!}$
Ч И С Л О В Ы Б О Р О К					

Рис. 6.1. Теоретическое задание «Основные принципы и соединения комбинаторики»

Схема 6.1

Текстовая задача и процесс ее решения

1. Текстовая задача это –
2. Условия и требования текстовой задачи
3. Привести пример текстовой задачи и выделить в ней условия и требования.

Определенные задачи	Неопределенные задачи	Переопределенные задачи
Пример	Пример	Пример

4. Решение задачи
5. Методы решения задач:

Арифметический метод	Алгебраический метод

6. Этапы решения задачи арифметическим методом

Название этапа	Цель этапа	Приемы выполнения

7. Моделирование в процессе решения текстовых задач

Математическая модель	Математическая модель текстовой задачи	Этапы математического моделирования при решении текстовой задачи

8. Виды графических моделей

–

–

9. Привести пример задачи и составить ее графическую модель
10. Знаковые модели:
11. Привести пример задачи и составить ее знаковую модель

Составленное таким образом теоретическое задание предполагает как простое воспроизведение теоретического материала, так исследовательскую творческую работу студента по его выполнению. Первое практическое занятие по этой теме организовывается таким образом, чтобы каждый студент озвучил подобранные им примеры задач, выслушал замечания и предложения не только преподавателя, но и студентов.

Особое внимание при изучении этой темы мы обращаем на решение текстовых задач арифметическим методом, так как именно этот метод является основным при решении задач в 5–6 классах школы. Приобретение опыта самостоятельного решения задач этим методом студенты получают, выполняя индивидуальное задание, в котором содержится 5 задач. При оформлении каждой задачи необходимо подробно описать каждый из этапов ее решения, начиная с выделения условий и требований и заканчивая проверкой найденного решения. Кроме того, студентам предлагается попытаться найти не одно, а, по крайней мере, два способа решения каждой задачи.

Нами замечено, что организованная таким образом самостоятельная учебная деятельность студентов обладает большим дидактическим потенциалом в ее ходе:

– происходит не только усвоение учебного материала, но и его расширение;

– идет формирование умений работать с различными источниками информации;

– развиваются аналитические и методические способности;

– приобретаются навыки планирования учебного времени.

Будущий учитель математики приобретает не только опыт учебной деятельности, но и профессиональные компетенции.

В заключение следует отметить, что значимость самостоятельной работы студента выходит далеко за рамки изучения отдельного предмета. Она способствует формированию навыков самостоятельной работы вообще в учебной, научной, профессиональной деятельности. Способствует формированию способности принимать на себя ответственность, самостоятельно находить конструктивные решения проблемы.

Именно грамотная организация самостоятельной деятельности будущего учителя математики во многом будет способствовать развитию у него профессиональной компетенции: «способность использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемых учебных предметов».

Еще раз подчеркнуть значимость обсуждаемого феномена для каждого студента и преподавателя можно следующей цитатой:

«Самореализация личности в большой мере зависит от освоенности опыта самостоятельности. Путь обретения самостоятельности – это и есть путь эффективной самореализации личности» [11].

6.2. Выводы по главе 6

Таким образом, самостоятельная работа студента является фундаментом для его дальнейшего профессионального роста и саморазвития.

Активизация самостоятельной учебной деятельности студента предполагает такую организацию образовательного процесса, при которой эта деятельность носит проблемный характер и является ведущим средством формирования профессиональных компетенций.

Библиографические ссылки к главе 6

1. Ксенофонт. Воспоминания о Сократ. М.: Наука, 1993. 383 с.

2. Монтень М. Опыты: в 3 кн. Кн. 1, 2. М.: Наука, 1979. 704 с.

3. Дистервег А. Избранные педагогические сочинения. М.: Учпедгиз, 1956. 374 с.

4. Ушинский К. Д. Педагогическая антропология: Человек как предмет воспитания: опыт педагогической антропологии: в 2 ч. Ч. 2. М: Изд-во УРАО, 2002. 496 с.

5. Каптерев П. Ф. Избранные педагогические сочинения. М.: Педагогика, 1982. 704 с.

6. Семенова В. Г. Самостоятельная работа студентов как важнейшая форма организации учебного процесса в рамках компетентностной модели образования // Организация самостоятельной работы студентов: материалы докладов II Всероссийской научно-практической интернет-конференции. Саратов: Новый Проект, 2013. С. 10–15.

7. Там же.

8. Зимняя И. А. Педагогическая психология: учебник. 2-е изд., доп., испр., перераб. М.: Логос, 2009. 384 с.

9. Осницкий А. К. Психология самостоятельности. М.; Нальчик, 1996.

10. Современные образовательные технологии: учебное пособие / под ред. Н. В. Бородовской. М.: КНОРУС, 2010. 432 с.

11. Осницкий А. К. Психологические механизмы самостоятельности. М.; Обнинск: ИГ–СОЦИН, 2010. 232 с.

ГЛАВА 7
ИНТЕГРАЦИЯ ТРАДИЦИОННЫХ И ИННОВАЦИОННЫХ ПОДХОДОВ К ОБУЧЕНИЮ МАТЕМАТИЧЕСКИМ ДИСЦИПЛИНАМ В СОЦИОГУМАНИТАРНОМ ОБРАЗОВАНИИ

М. А. Кислякова*

** Старший преподаватель кафедры математики и информационных технологий.*
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Тихоокеанский государственный университет», г. Хабаровск

Данная глава подготовлена в рамках научного исследования по направлению «Методика обучения математическим дисциплинам в социогуманитарном образовании» и раскрывает авторский подход к повышению эффективности математического образования будущих «гуманитариев-обществоведов» за счет интеграции инновационных подходов к традиционной практике обучения математическим дисциплинам.

7.1. Выявление трудностей преподавания математических дисциплин студентам социогуманитарных профилей в традиционной системе обучения математике

Современное развитие науки не мыслится без применения в ней математических методов и моделей. Обращаясь к социальной, гуманитарной и культурной сферам жизни человека, казалось бы, таким далеким от математики и ее приложений, мы видим, как современные тенденции процессов глобализации, информатизации, компьютеризации и математизации пронизывают гуманитарные сферы деятельности человека. Глобальные процессы оказывают влияние на развитие гуманитарной науки, обогащая ее новыми современными методами исследования. В системе образования должны быть созданы условия для подготовки специалистов социогуманитарной сферы, владеющих новыми методами познания и исследования.

Факторы, влияющие на построение модели специалиста социогуманитарной сферы, такие как требования рынка труда и возможности образования, позволили по-новому взглянуть на те знания, умения и компетенции, которые формируются средствами математических дисциплин. Если раньше математические предметы представляли собой «систему научных знаний, практических умений и навыков, которые позволяют учащимся усвоить с определенной глубиной и в соответствии с их познавательными возможностями основные исходные положения науки, культуры, труда, производства» [1, с. 238], то в настоящее время математические дисциплины рассматриваются как средство для развития компетенций и компетентностей будущих бакалавров и магистров.

Математические дисциплины входят в образовательную программу подготовки бакалавров, магистров и специалистов социогуманитарных направлений более двадцати лет. За это время в математическом образовании «гуманитариев» сложилась определенная практика преподавания математике, именуемая «традиционной методикой обучения математике», основные идеи и положения которой отражены в большом количестве публикаций [2, 3, 4].

Вопросам обучения математике и математическим дисциплинам студентов социогуманитарных направлений подготовки посвящены кандидатские работы М. Б. Аржаник, С. Г. Афанасьевой, И. И. Бондаренко, Т. А. Гавазы, О. Б. Голубева, В. Б. Гридчиной, В. Е. Гусевой, Н. А. Дергуновой, М. Н. Дмитриевой, Р. М. Зайкина, А. А. Змушко, А. Д. Ивановой, К. К. Исмагиловой, А. В. Макеевой, Т. В. Матвеевой, И. П. Мединцевой, О. А. Окуневой, Р. И. Остапенко, В. В. Поладовой, Е. В. Потехиной, И. В. Прохоровой, Е. В. Путиловой, О. Д. Роженко, А. А. Соловьевой, И. В. Тюжиной, М. М. Фоминых, Н. С. Ющенко, Т. Н. Нгок и др., в них авторы по-разному подходят к решению вопросов преподавания и изучения математических дисциплин, входящих в образовательную программу по профилям педагогического, психологического, социологического, культурологического, юридического и других социогуманитарных направлений подготовки бакалавров и магистров.

Большинство авторов рассматривает математическую дисциплину как «*средство*» для формирования качеств личности, таких как *математическая грамотность, математическая культура, математическая компетентность*. Так, например, И. И. Бондаренко математическую компетентность видит в «готовности применения математики будущими специалистами в профессиональных и социокультурных ситуациях» [5, с. 9]. Е. В. Путилова представляет математическую культуру как «единство компонентов – математическое моделирование, методы математики, математическое мышление, язык математики» [6, с. 6].

Как показал анализ, у педагогов нет единого понимания целей, структуры и содержания математических дисциплин в социогуманитарном образовании.

Под математической дисциплиной будем понимать **у**чебный предмет в образовательной программе в высшем образовании, который представляет собой адаптированную систему знаний и умений из отрасли науки «Математика», и соответствующей ей деятельности по усвоению и использованию этих знаний и умений с целью формирования общекультурных, общепрофессиональных и профессиональных компетенций студентов.

В образовательных стандартах высшего образования и учебных планах образовательных организаций, реализующим основную образовательную программу по социогуманитарным направлениям представлены разные математические дисциплины: «Математика», «Высшая математика», «Математическая статистика», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Математические основы обработки информации», «Основы математической обработки данных», «Математика и информационные технологии», структура и наполнение которых зависит от требований образовательной организации, направления подготовки и компетентности преподавателя.

При разработке учебных планов и рабочих программ дисциплин преподаватель должен выяснить все имеющиеся возможности дисциплины в процессе подготовки студентов. Для этого необходимо в каждой математической дисциплине выделить **ее педагогический потенциал**, под которым понимается **совокупность возможностей учебной дисциплины для реализации целей образования и развития компетенций студентов**. Проанализировав список компетенций студентов социогуманитарных направлений, мы пришли к выводу, что выделение педагогического потенциала математических дисциплин и его реализация в образовательном процессе наилучшим образом будет способствовать развитию таких компетенций *как развитие культуры мышления обучающегося, развитие способности управлять мышлением в целях построения индивидуальной траектории саморазвития, развитие умений взаимодействовать с окружающим миром и способность практически решать математические задачи в разных сферах жизнедеятельности* [7; 8].

Ожидаемые результаты освоения математических дисциплин представлены в табл. 7.1. Декомпозиция компетенций на знания, умения и владения позволит описать конкретные результаты обучения математическим дисциплинам.

Таблица 7.1

Ожидаемые результаты освоения математических дисциплин

Студент Знает	1. Обобщенный алгоритм решения математических задач 2. Свой интеллектуальный потенциал в области математической дисциплины, знает способы преодоления затруднений при изучении математической дисциплины. 3. Мировоззренческие проблемы, требующие применения математического аппарата. 4. Основные математические понятия, теоремы и методы, позволяющие математически описать гуманитарные объекты
Студент Умеет	1. Применять обобщенный алгоритм решения математических задач к выполнению типовых заданий. 2. Преодолевать познавательные затруднения и использовать знания о собственных интеллектуальных ресурсах в построении индивидуальной траектории самообучения.

Окончание табл. 7.1

	3. Определять необходимость применения математических методов к решению практических и профессиональных задач, обосновывать свою точку зрения на ситуацию, содержащую количественные данные, опираясь на фундаментальные математические идеи.4. Решать ключевые задачи, иллюстрирующие применение математических методов
Студент Владеет	1. Опытом применения обобщенного умения решать типовые математические задачи в знакомых и незнакомых ситуациях. 2. Опытом преодоления познавательных затруднений при выполнении математических заданий, опытом построения индивидуальной траектории самообучения 3. Опытом разрешения мировоззренческих проблем с использованием математического аппарата. 5. Опытом применения математических методов к моделированию гуманитарных объектов: арифметический (уверенно выполняет действия со всеми классами чисел), алгебраический (уверенно берется за решение текстовых и сюжетных задач, применяя уравнения, системы уравнений и неравенств), функциональный (использует понятие функции для установления зависимости между двумя переменными), вероятностный (использует понятие вероятности для объективной оценки событий), статистический (умеет проводить простейший количественный анализ, владеет опытом использования критериев сходства и различия и может соотносить их с качественной оценкой информации)

Рассмотрим вопрос развития компетенций в процессе изучения учебной дисциплины. Анализ предлагаемых многими авторами трактовок компетентности и компетенции сводится к тому, что компетенции это некоторые внутренние, потенциальные, сокрытые психологические новообразования: знания, представления, программы (алгоритмы) действий, систем ценностей и отношений, которые затем выявляются в компетентностях и опыте человека [9, с. 42]. Вместе с тем, как утверждает ряд ученых (М. В. Кларин, В.В. Сериков, М. А. Холодная, И. С. Якиманская и др.) продуктом учебно-познавательной деятельности является опыт учащегося и именно на его развитие и обогащение и должен быть направлен учебный процесс.

Одним из наиболее обобщенных и, одновременно, детально проанализированных является определение ментального опыта данное М. А. Холодной. «Ментальный опыт – это система наличных психических образований и инициируемых ими психических состояний, лежащих в основе познавательного отношения человека к миру и обусловливающих конкретные свойства его интеллектуальной деятельности» [10, с. 105]. Анализируя ментальные структуры как носителей свойств интеллекта, М. А. Холодная разработала психологическую модель интеллекта, описывающую состав и строение ментального опыта [10].

В теории выделяется три уровня, каждый из которых имеет свои специфику и назначение. Когнитивный опыт – это ментальные структуры, отвечающие за оперативную переработку текущей информации и обеспечивающие хранение, упорядочивание и преобразование наличной и поступающей информации. Метакогнитивный опыт осуществляет контроль за состоянием индивидуальных интеллектуальных ресурсов, за процессами переработки информации, т.е. это ментальные структуры, позволяющие осуществлять непроизвольную и произвольную регуляцию интеллектуальной деятельности. Интенциональный опыт «отвечает» за формирование субъективных критериев выбора определенной предметной области, направления поиска решения, источников информации и способов ее переработки, т.е. это те ментальные структуры, которые лежат в основе индивидуальных интеллектуальных склонностей [11].

Как показано в работе Е. Ю. Савина, «психическим носителем» конкретных свойств интеллектуальной компетентности и ее проявлений выступают характеристики организации понятийного и метакогнитивного опыта субъекта. Он утверждает: «опыт профессионала взаимосвязан с профессиональной и интеллектуальной компетентностью, а основой последней является понятийный и метакогнитивный опыт» [12, с. 42].

Другими словами, для формирования компетенций необходимо простроить эффективную технологию обогащения ментального опыта математическими знаниями и умениями, однако на пути к этому лежат, сложившиеся в практике математического образования студентов-гуманитариев трудности.

В статьях Е. М. Григорьевой, А. С. Смирновой, А. С. Парыгиной, Н. В. Набатниковой, Д. Н. Шехавцовой и др. обсуждаются психолого-педагогические трудности обучения математическим дисциплинам, которые препятствуют развитию компетенций студентов социогуманитарных профилей. Психолого-педагогические трудности обучения математике связанны с проблемой мотивации к изучению математики, с проблемой развития культуры мышления студентов-гуманитариев, с проблемой познавательных барьеров при изучении математического аппарата, с проблемой недостаточной метакогнитивной осведомленности и т.д.

В последнее время принято говорить о падении мотивации к изучению математики, особенно ярко проявляющейся на социогуманитарных факультетах. *«Мы – чистые гуманитарии, зачем нам математика?»*. Следует иметь ввиду, что основной причиной сложившейся ситуации является не понимание целей изучений математики большинством школьников и студентов. Практико-ориентированность в обучении, направленная на вооружение конкретными умениями, которые учащиеся могут применить «тут же», выйдя за двери школы или вуза, приводит к тому, что школьники и студенты не видят необходимости в изучении математического аппарата.

Решение арифметических задач им с лихвой обеспечивают калькуляторы, мобильные приложения и онлайн калькуляторы. Первокурсники, не освоившие еще будущую профессиональную деятельность, настроены, если не негативно, то весьма пессимистично в отношении математических дисциплин.

Успешность изучения математики во многом зависит от мотивации, от того личностного смысла, который «математика» имеет для учащегося. По мере взросления, у многих формируется настолько негативное отношение к изучению математики, что оно переносится как и на профессиональную деятельность, так и на подрастающее поколение. При том, что представители социогуманитарных профессий занимают важные руководящие должности – психологи, политики, культурологи, министры, ответственные за стратегическое развитие нашей страны.

Снижение мотивации к изучению математических дисциплин, сокращение часов на их изучение, ликвидация их из образовательных программ приводит к тому, что образовательная система лишается мощного средства для развития культуры мышления студентов.

Представители социогуманитарных профессий более чем кто-либо сталкивается в своей профессиональной деятельности с огромным массивом информации, который нужно анализировать, фильтровать и критически оценивать. Качества мышления, позволяющие «не утонуть» в море противоречивой, ложной информации, такие как ясность, четкость, последовательность, аргументированность – лежат в основе культуры мышления. Развитие культуры мышления – долгий процесс, длящийся в течении всей жизни. Лишение студентов возможности изучать математические дисциплин приведет к снижению когнитивных функций мышления будущего специалиста.

Как правило, гуманитарную сферу выбирают те студенты, которые испытывали трудности при изучении математических дисциплин в школе. Математические дисциплины в высшем образовании так же не вызывают у студентов гуманитариев восторга и интереса, поэтому реализация педагогического потенциала математических дисциплин в целях развития комплекса компетенций студентов оказывается неэффективной.

Отметим, что одной из основных психолого-педагогических трудностей является проблема познавательных затруднений при изучении математических дисциплин, которая, при всей своей серьёзности, не является предметом специальной работы педагога в традиционной системе обучения. При возникновении трудностей в процессе овладения математическими знаниями и умения, студент остается «один на один с проблемой», что еще больше снижает его мотивацию к изучению математических дисциплин.

Проблема познавательных затруднений учащихся раскрывается в работах Н. П. Локатовой, Т. Н. Мартыновой, И. А. Славиной, Е. Ю. Шлюбуль и др. Современные педагогические и психологические исследования позволяют определить познавательные затруднения, как, возникающие в процессе учебной деятельности препятствия в понимании материала, осознанном его усвоении, воспроизведении и продуктивном использовании сущностных связей и отношений зависимости между различными изучаемыми объектами, явлениями и фрагментами описывающего их знания [13].

Среди причин познавательных затруднений при изучении математики, называют снижение активности когнитивных функции учащихся, неразвитость такой способности как обучаемости, не сформированное «обобщённое» умение решать задачи, не достаточный уровень развития рефлексивных умений.

Недостаточное включение рефлексивных (метакогнитивных) умений проявляется в том, что учащиеся не могут определить свои наличные интеллектуальные ресурсы, не знают, что они знают, а что умеют, каким опытом владеют, не умеют полученный опыт запечатлевать в памяти, эмоциях, мышлении. Именно поэтому при решении математических задач, каждая задача им кажется новой, непонятной, неизвестной и трудной, неумение определять собственный наличный уровень знаний и умений и стремление действовать по шаблону, доверяя «учебнику и товарищу» больше, чем самому себе, приводит к познавательным затруднениям.

В работах В. И. Моросановой, А. В. Карпова, А. К. Осницкого, О. А. Конопкина показано, что психологической основой самостоятельности в практической деятельности составляет сформированная система саморегуляции. Чем выше индивидуальная степень осознанного саморегулирования, тем легче и продуктивнее происходит познавательная деятельность. Чем лучше студент осознает свои интеллектуальные ресурсы в области математических знаний, тем лучше он знает характер собственных трудностей при изучении математике. Если учащийся знает пути преодоления познавательных затруднений, то легче происходит наращивание новых знаний и усвоение новых умений.

Интересно заметить, что исследования, посвященные развитию рефлексивных умений студентов-гуманитариев при изучении математических дисциплин, практически отсутствуют.

Система взглядов на мир формируется в течение всей жизни, особенно под влиянием обучения, поэтому негативный опыт изучения математики в школе не может не влиять на формирование мировоззрения студентов. Исследования подтверждают мнение о том, что студенты с негативным опытом изучения математических дисциплин избегают ситуаций, в которых требуется применить математический аппарат [14].

Представители социогуманитарных профессий изучают человека и общество, поэтому они не могут игнорировать в своей профессиональной деятельности проблемы, связанные с экономической деятельностью человека, со сферой развлечений, с последствиями аварий и катастроф, с политической сферой и ее влияние на жизнь людей (понятие бюджета государства, инфляции, курса валют, демографическая проблема, эффективность образования, прогнозирование выборов и т.д.)

В связи с этим возникает трудность формирования индивидуального мировоззрения студентов социогуманитарных профилей, их систему взглядов на математику как на инструмент познания, как на способ исследования гуманитарных объектов, как на возможность математического моделирования трудноформализуемых объектов и открытия новых свойств изучаемых объектов.

Будущий специалист-гуманитарий, изучающий сложные многокомпонентные объекты должен обладать системным взглядом на Мир, и если Мир в настоящее время представляется как сложная совокупность гуманитарных, социальных, биологических, естественных процессов, зачастую использующих математику для их описания, студент социогуманитарного направления должен быть подготовлен к анализу таких процессов. Процесс математизации стремительно проникает в гуманитарную сферу, и не иметь представления о нем, не уметь разбираться с существующими исследованиями, на наш взгляд, будет рассматриваться как односторонность в профессионализме специалиста-гуманитария.

В реальной действительности на пути к этому возникают методические трудности обучения математическим дисциплинам, связанные в первую очередь, с низким уровнем математической подготовки студентов. Средний балл по базовому уровню экзамена по математике составляет 10 баллов, по профильному – 40. Согласно проведенным исследованиям в разных регионах России, более 70 % поступивших на социогуманитарные факультеты обладают низким уровнем готовности к изучению математики [15].

М. А. Степкина по результатам входного тестирования первокурсников по математике сделала вывод, что наибольшие трудности «вчерашние» выпускники школ испытывают при решении заданий из разделов «Функция», «Неравенство», включающие задачи на область определения функции, исследования свойств функции с помощью производной, решение неравенств и их систем, примерно 2/3 студентов не справились с геометрической задачей [16]. Из бесед со студентами, они признаются, что совсем не поняли сущность понятия «вероятность» и не научились решать текстовые задачи.

Проблема низкого уровня подготовленности студентов к изучению математике в вузе рождает проблему отбора содержания обучения в соответствии с принципами обучения.

Принцип доступности обучения математическим дисциплинам в традиционной системе обучения приходит в противоречие с принципом научности, поскольку обучение математическим дисциплинам в соответствии с логикой математической науки и современными научными достижениями недоступно для усвоения студентами-гуманитариями.

Принцип последовательности и системности обучения математике вступает в противоречие с удобной и широко используемой модульной системой обучения, обеспечивающий индивидуальные образовательные маршруты обучения каждого студента.

Принципы профессиональной направленности обучения и связи математической теории с практикой противоречит принципу фундаментальности, при котором раскрываются элементы основных математических теорий. В практике математического образования педагогически адаптированы элементы теории множеств, элементы линейной алгебры и аналитической геометрии, элементы математического анализа, элементы теории вероятностей и математической статистики, элементы теории оптимизации и теории игр. Однако обучение применению этих фундаментальных теорий к решению ***реальных профессиональных задач*** весьма затруднено в практике традиционного обучения.

А. С. Смирнова пишет, что одной из основных причин отчисления студентов из вуза была и остается академическая неуспеваемость, связанная с невозможностью для части студентов самостоятельно преодолевать возникающие в учении трудности [17]. Ключевым здесь является слово – **самостоятельно**. Еще одной методической трудностью при обучении математическим дисциплинам в традиционном подходе является организация самостоятельной математической деятельности студентов-гуманитариев, включающее обучение их поиску необходимой информации, работе с математическим текстом, преодолению познавательных затруднений, самостоятельному выполнению математических заданий, самоконтролю.

В современных методических исследованиях, связанных с разработкой новых подходов к обучению, способствующих развитию компетенций студентов средствами учебных дисциплин, обращается внимание на то, какими путями студент достигает ожидаемых результатов обучения. В этих условиях принятые формы контроля не дают полной информации о том, как происходят изменения в ментальном опыте студента под действием учебных дисциплин.

Анализ литературных источников показывает, что одной из самых важных и наиболее трудных является проблема оценивания уровня сформированности компетенций обучающихся, потому как обучение по математике структурировано по учебным элементам, что соответствует ориентации на научные знания и абстрактные умения. Поскольку традиционные формы и виды контроля усвоения студентами образовательной программы ориентированы на проверку знаний, умений и навыков конкретной учебной деятельности, возникает методическая проблема организации контроля обучения математическим дисциплинам в условиях компетентностного подхода.

Более того, с одной стороны, контроль должен быть направлен на сравнение результатов обучения студента с нормами, представленными в официальных документах, с другой стороны, контроль должен показывать динамику развития компетенций каждого студента относительно его собственных достижений. Все это так же является сложной методической задачей, требующей научного и обоснованного подхода.

Таким образом, в традиционном подходе сложились определённые психолого-педагогические и методические трудности обучения математике студентов социогуманитарных профилей, которые препятствуют реализации педагогического потенциала математических дисциплин с целью развитию компетенций студентов.

7.2. Выбор инновационных подходов к обучению математическим дисциплинам в социогуманитарном образовании в условиях компетентностного подхода

В Стратегии инновационного развития РФ на период до 2020 г. говорится, что «корректировка образовательных стандартов и внедрение новых технологий обучения в целях формирования навыков, необходимых для инновационной экономики», является приоритетным направлением инновационного развития страны [18]. Математическое образование «гуманитариев-обществоведов» является той базовой структурой, которая помогает будущим специалистам «гуманитариям» строить перспективные модели социально-культурного и экономического развития нашей страны [19].

Математическое образование студентов социогуманитарных направлений является следствием такого процесса глобализации, как математизация науки. Рассматривая процесс математизации гуманитарной науки, не только выявляется необходимость изучения математических методов и моделей в подготовке бакалавров и магистров, но и определяются соответствующие трудности педагогической адаптации учебных элементов к практике математического образования.

На сегодняшний день мы видим противоречие между необходимостью освоения современных методов математического моделирования гуманитарных объектов и серьезными проблемами в математическом образовании, препятствующими развитию соответствующих компетенций студентов.

Стоит предположить, что только умелое сочетание наиболее подходящих педагогических подходов, образовательных технологий и моделей обучения будет наилучшим образом способствовать развитию компетенций студентов в условиях, обозначенных выше психолого-педагогических и методических трудностей. Однако на пути к этому, по словам А. А. Вербицкого возникает «сложнейшая проблема методологической и методической интеграции … подходов к развитию современного образования и повышению его качества – прагматически ориентированного и гуманистически, личностно-ориентированного …» [20].

Решением этой проблемы будет обращение к полипарадигмальному подходу, под которым в самом общем смысле понимается совокупная реализация нескольких парадигм, при этом предполагается, что доминирующая роль принадлежит одной парадигме, а другие ей не противопоставляются, а дополняют ее по принципу синергетики (принцип открытости).

Поскольку полипарадигмальный подход является скорее методологическим основанием для построения теории обучения, мы будем говорить о процессе интеграции инновационных подходов к обучению математическим дисциплинам.

Именно *инновации*, как результат научных поисков и передового педагогического опыта, являются, по мнению В. И. Журавлева, наиболее оптимальным средством повышения эффективности образования [21]. Говоря об «инновациях» и «инновационных подходах» в образовательной сфере, обращаем внимание на множество трактовок этого понятия. С. В. Романченко, анализируя различные определения понятия «инновация», пришел к выводу, что «инновация – это нововведение, осуществляемое – в рамках какой–либо системы – по отношению к прорывному, «пионерному» новшеству, результатом которого является существенное изменение состояния рассматриваемой системы» [22]

М. В. Кларин говорит, что понятие «инновация» – это не просто новое, а это такое новое изменение, которое носит существенный характер в отношении целевой ориентации, в отношении характера взаимодействия педагога и учащихся, их позиции в обучении [23, с. 4].

Л. И. Гурье, рассматривая вопросы влияния инновационных процессов на формирование модели специалиста, отмечает, что инновационные процессы происходят на различных уровнях: организации профессиональной деятельности, предметно-технологической среды, содержания и характера самой деятельности [22, с. 19].

В самом общем смысле под инновационным педагогическим процессом понимается «процесс совершенствования образовательной практики, развитие образовательных систем разного типа на основе их обогащения, видоизменения под действием факторов и условий инновационного развития, изменение целей, содержания, средств традиционного образования» [25, с. 190].

Инновационные преобразования процесса обучения находят отражение в преодолении единообразия форм профессионального образования, в изменении сути межличностных отношений, в переходе от подчинения к сотрудничеству, в возможности для студентов вуза постигнуть профессионально значимые и общекультурные ценности [26, с. 81].

К инновационным подходам к математическому образованию «гуманитариев-обществоведов» будем относить такие подходы, которые содержат в себе новшество, способствующее улучшению отдельных частей и компонентов методической системы обучения математике. Инновационные подходы позволяют более четко определить цели обучения математике в соответствии с педагогическим потенциалом математических дисциплин, сформулировать принципы отбора содержания обучения математическим дисциплинам в соответствии дидактическими принципами обучения, выбрать подходящие формы, методы и средства обучения математике, позволяющие снизить «математическую тревожность» студентов, обучить их основам математического моделирования, *привить* желание использовать математические методы в исследовании гуманитарных объектов. Фокус методических систем обучения математическим дисциплинам студентов-гуманитариев должен быть направлен на обогащение ментального опыта каждого учащегося, а для этого необходима интеграция разных инновационных подходов к обучению.

Предпочтение отдается педагогическим подходам, при которых образовательные формы и методы обучения направлены на развитие компетенций и одновременному преодолению психолого-педагогический и методических трудностей. ***Основная характеристика инновационных подходов к обучению математическим дисциплинам состоит в том, что путем преодоления недостатков традиционной системы, повышается качество математического образования «гуманитариев-обществоведов».***

Опыт изучения и внедрения инновационных подходов в практику математического образования, обобщенный в монографиях под редакцией О. Б. Епишевой [27], А. В. Поташева [28], кратко описан в табл. 7.2.

Таблица 7.2

Инновационные подходы в педагогике

Педагогический подход	**Авторы**	**Характеристика применительно к математике**
Деятельностный подход	Л. С. Выготский, Б. Д. Эльконин, А. К. Маркова, Е. Н. Кабанова-Меллер, Н .А. Менчинская, Н. Ф. Талызина, Т. И. Шамова, Г. И. Щукина, И. С. Якиманская, Л. М. Фридман, О. Б. Епишевой и др.	Усвоение содержания обучения и развитие ученика происходит в процессе его ***собственной активной учебно-познавательной деятельности*** по восприятию, осмыслению, запоминанию, применению, обобщению и систематизации информации, контроля и оценки ее усвоения. Эти процессы образуют полный цикл учебно-познавательной деятельности учащегося
Развивающий подход	А. Н. Леонтьев, Л. В. Занков, Д .Б. Эльконин, В. В. Давыдов, Г. Д. Глейзер, Б. В. Гнеденко, В. А. Гусев, Г. В. Дорофеев, Т. А.Иванова, Ю. М. Колягин, А. Г. Мордкович, Г.К. Муравин, Г. Г. Петерсон, Г. И. Саранцев, З. И. Слепкань, И.М. Смирнова, А. А. Столяр, Л. М. Фридман, Р. Г. Хазанкин, А. Я. Хинчин, Г. Ж. Ганеев и др.	Обучение математике, ориентированное на закономерности развития личности. Рассматривая ребёнка как личность, живущую сегодня, в процессе обучения математике создаётся максимум благоприятных условий для её развития. Развивающий подход проявляется в выявление гуманитарного потенциала математике, позволяющего говорить о математике как о части человеческой культуры. Его отражение в содержании образования позволяет формировать целостное представление о научной картине мира. Его отражение в методах обучения позволяет ***формировать опыт*** умственной, поисковой, творческой, трудовой деятельности учащихся
Контекстный подход	А. А. Вербицкий, О. И. Ларионова, Н. А. Бакшаева и др.	Контекстный подход ориентирует цели, содержание, формы и методы обучения на тесную связь с ***будущей профессиональной деятельностью*** путем моделирования «контекстных заданий». Контекстное обучение, обеспечивая постепенный переход к профессиональному обучению нового типа, тесно взаимосвязано с компетентностным подходом в высшем образовании

Продолжение табл. 7.2

Наглядно-модельный подход	Е. И. Смирнов, Л. М. Фридман, Н. Н. Тан, Г. Е. Козлов и др.	Наглядное моделирование понимается Е.И.Смирновым как процесс построения ***модели*** при непосредственном восприятии проявлений существенных характеристик и свойств знаково-символических объектов и процедур, завершающийся пониманием. В использовании моделирования в обучении представляются два аспекта. Первый аспект – моделирование служит тем содержанием, которое должно быть усвоено обучающимися в результате обучения математике, тем методом познания, которым они должны овладеть. Второй аспект, тем учебным действием и средством, без которого невозможно полноценное обучение является моделирование
Технологический подход	В. П. Беспалько, М. В. Кларин, Г. К. Селевко, В. М. Монахов, О. Б. Епишева, В. И. Слободчиков, Е.Н. Ильин, В. Ф. Шаталов и др.	Педагогическая технология предполагает реализацию идеи полной управляемости учебным процессом с ***гарантированным результатом***. Важнейшим ее признаком служит воспроизводимость, подразумевающая возможность применения в других дисциплинах, образовательных учреждениях и с другими субъектами образовательного процесса
Системный подход	А. Г. Кузнецова, В. П. Беспалько, А. Р. Калеваева, В. М. Монахов, М. А. Пышкало и др.	В педагогике системный подход определяет ***систему организации*** образования, потому как для управления течением любого педагогического процесса должна существовать соответствующая педагогическая (методическая) система, представляющая собой системную модель образовательного процесса
Дифференцированный подход	Н. А. Алексеева, В. К. Дьяченко, З. И. Калмыковой, И. Э. Унт, А. А. Кирсанова, Р. А. Утеевой, И. М. Осмоловской, Г. Д. Глейзер, М. М.Поташника, В. А. Гусев, Н .М.Шахмаева, М. В. Ткачева Г. В. Дорофеев, Ю. М. Колягин, М. Б. Миндюк, В. Г. Болтянский, Г. В.Дорофеев, З. И. Слепкань, И. М. Смирнова, Г. Л. Луканкин и др.	Подход, согласно которому каждому учащемуся обеспечиваются условия для максимального развития его способностей и склонностей, удовлетворения его познавательных потребностей и интересов в процессе усвоения им содержания образования. Сущность этого подхода состоит в поиске методов и приемов обучения, которые ***индивидуальными путями*** вели бы к ***одинаковому овладению*** образовательных программ

Рефлексивный подход	А. В. Карпов, И. Г. Липатникова, Г. П. Звенигородская и др.	Рефлексивный подход к образованию заключается в таком построении педагогической системы, которая осуществляется как естественный процесс ***саморазвития*** человека, опирающийся на природу субъективного отражения мира, обогащающий механизмы и способы познания и самопознания
Информационный подход к обучению	В. П. Беспалько, Н. Ф. Талызина, Т. А. Ильина, Л. Н. Ланда и др.	С точки зрения информационного подхода к обучению рассматривается внешнее проявление обучения (информационные процессы, обеспечивающие коммуникативный аспект системы) и внутреннее проявление (информационные процессы, протекающие в голове учащегося под влиянием окружения и ведущие к накоплению и оперированию некоторой информацией). Среди проблем внешнего управления познавательной деятельностью с точки зрения информационного подхода наиболее интересны такие, как определение количества учебной информации, экономия и учебная трудоемкость содержания обучения, система и последовательность изучения учебного предмета, обоснование дозировки времени на обучение
Компьютерный подход	М. П. Лапчик И. В. Роберт, Р. Т. Гордеев и А. В. Юрасов, И. Н. Антипов, А. П. Ершов, А. А. Кузнецов, М. П. Лапчик, В. В. Монахов, С. И. Кузнецов, Э. И. Кузнецов, Г. Г. Левитас, М. И. Рагулина, Н. А. Резник, А. Я. Цукарь, Г. Л. Луканкин и др.	Можно выделить основные *направления* использования ***компьютера в обучении***: разработка систем дистанционного обучения, разработка и применение автоматизированных обучающих систем и инструментально педагогических средств, использование элементов программирования и персонального компьютера при изучении конкретных дисциплин, разработка интегрированных курсов информатики с математикой, компьютерное сопровождение уроков, решение частных методических проблем средствами информационных технологий и др.
Личностно-ориентированный подход	Н. А. Алексеев, В. В. Сериков, И. С. Якиманская, В. И. Данильчук, Е. А. Крюкова, В. В. Зайцев, А. В. Зеленцова, С. А. Комиссарова, А. А. Плигин, М. М. Балашов, М. И. Лукьянова и др.	Подход к обучению, в основе которого создание определенной образовательной системы, которая «запускала» бы механизмы функционирования и развития личности. Создаются условия для полноценного проявления и соответственно развития ***личностных качеств каждого*** учащегося

Окончание табл. 7.2

Психодидактический подход	Э. Г. Гедьфман, Ю. Г. Фокин, В. И. Панов, А. И. Подольский, С. Д. Поляков, А. З. Рахимов, Э. Стоунс, А. Н. Крутский и др.	Психодидактика - это полидисциплинарная область научного знания, ***интегрирующая психологические, дидактические, методические знания,*** используемые в реальной практике развивающего образования, с целью личностно-ценностной направленности образовательного процесса. Согласно этому подходу, по каждой учебной дисциплине рекомендуется разработать набор дидактического раздаточного материала в соответствии с каждым из четырнадцати методологических подходов (проблемный, программированный, дискретный, системно-функциональный, системно-структурный, системно-логический, индивидуально-дифференцированный, коммуникативный, игровой, межпредметный, историко-библиографический, демонстрационно-технический, задачный, модельный), обеспечивающих взаимосвязь психологических и дидактических концепций обучения
Мировоззренческий подход	А. Л. Жохов, А. А. Касьян и др.	Суть подхода в том, чтобы средствами обучения предмету оказывать обучающемуся своевременную и необходимую помощь в комплексном развитии его личности и, в первую очередь, **его *мировоззрения*** как организующего начала личности. В математике сложились математико-мировоззренческие ориентиры, усвоение которых будет способствовать становлению индивидуального мировоззрения

Анализ методики обучения математике в социогуманитарном образовании в условиях компетентностного подхода к образованию позволил выбрать следующие инновационные подходы: ***развивающий подход, рефлексивный подход, мировоззренческий подход, личностно-ориентированный подход, контекстный подход, компьютерный подход.***

Основанием для выделения инноваций и инновационных подходов к обучению математике студентов социогуманитарных профилей выберем психолого-педагогические и методические трудности обучения математическим дисциплинам в социогуманитарном образовании. На рис. 7.1 представлен выбор инновационных технологий в соответствии с трудностями, сложившимися в традиционной системе обучения.

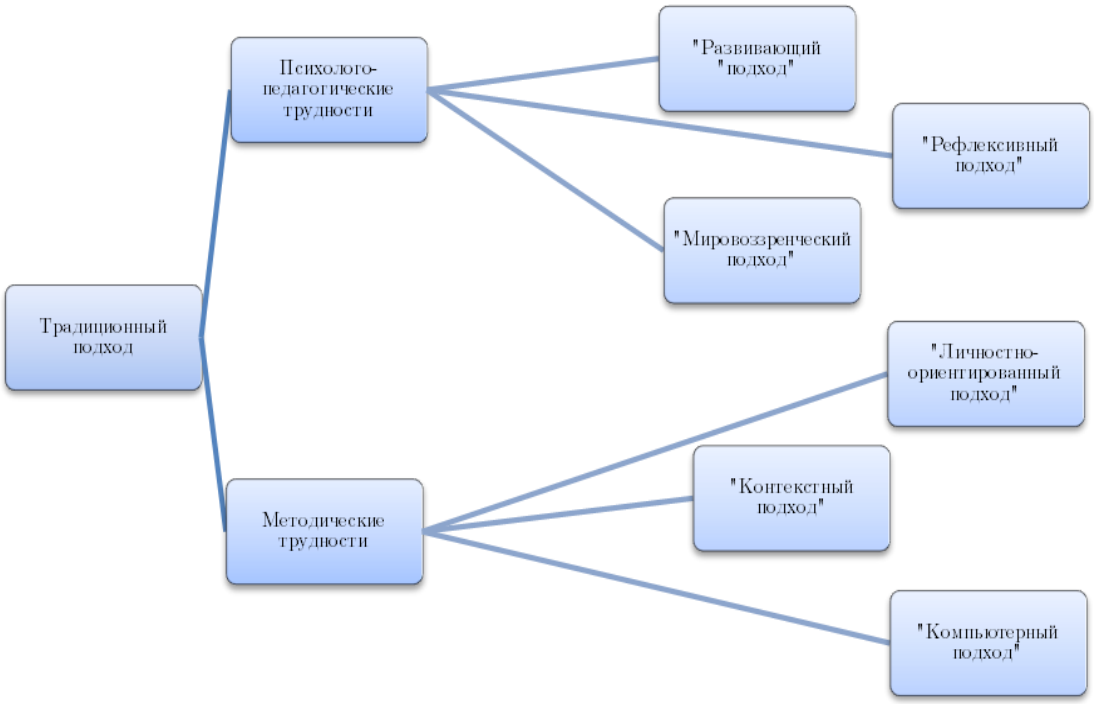

Рис. 7.1. Инновационные подходы к обучению математическим дисциплинам

Компетентностный подход породил противоречие между логикой построения учебных дисциплин, отражающих логику построения соответствующей отрасли научного знания, и логикой развития личности студента в образовательном пространстве высшего учебного заведения. По мнению В. И. Панова, заявленное противоречие необходимо разрешать в контексте психологической направленности образовательных технологий, а именно «приоритетное использование психологии развития и методов развивающего образования в качестве исходного основания для построения образовательной среды» [29, с. 119].

Развивающий подход к обучению математике. Как известно, математический стиль мышления в наиболее яркой форме выражает научно-теоретический стиль мышления, именно поэтому математическая деятельность является в некоторых отношениях наиболее подходящим инструментом для развития таких качеств мышления, как логичность, абстрактность, критичность, разумность, дисциплинированность.

Математическое познание есть особый тип функционирования разума. В связи с этим не вызывает удивления, что наибольшее число диссертационных работ (Е. А. Хотченковой, Н. П. Алешиной, Е. П. Коляды, М. А. Екимовой, С.В. Аникеевой и др.) посвящено развитию логической культуры мышления средствами математики. Логическое мышление является одним из основных стержневых качеств личности. В основе каждого правильно построенного рассуждения лежит формально-логическая схема, так, независимо от стиля мышления (адаптивного, эвристического, исследовательского, инновационного, смыслопорождающего (Холодная, 1999), эта схема должна подчиняться определенным правилам функционирования. Известно, что для математики характерно «доведенное до предела доминирование логической схемы рассуждения» [30, с. 36]. Следовательно, специфическая для математики строгость и стройность умозаключений призвана совершенствовать логическую составляющую мышления каждого человека [30].

В качестве обоснования возможностей математики как инструмента для развития мышления, выступает специфика математической деятельности. Ее отличительные черты мы видим и в построении математики как науки, и в исторически сложившейся традиции обучения математическим дисциплинам. Мы считаем, что разнообразная, многофункциональная математическая деятельность характеризуется следующими отличительными чертами:

- независимостью от положений других наук;
- обоснованием каждого практического действия теоретическим положением;
- жесткими требованиями доказательства каждого высказанного положения;
- пониманием, как основным критерием усвоения математических знаний;
- стремлением к критичности найденного решения, поиску кратчайшего, рационального пути решения;
- наличием математических закономерностей;
- существованием математического языка, отличающегося от естественного по ряду важных показателей, таких как однозначность, универсальность и т.д.

Развивающий подход к математическому образованию студентов-гуманитариев заключается в том, чтобы с помощью всей системы методов, форм и средств обучения математике способствовать развитию культуры мышления студентов-гуманитариев.

Стоит отметить успешно зарекомендовавшую себя в практике образовательного процесса «обогащающую модель обучения» (М. А. Холодная, Э. Г. Гельфман), построенную в рамках психодидактического подхода на основании фундаментальных идей личностно-ориентированного обучения (И. С. Якиманская, В. В. Сериков). Назначение «обогащающей модели обучения» состоит в том, что обучение должно быть направлено на интеллектуальное воспитание учащихся (Холодная, 2002; Гельфман, 2006), а именно на «формирование основных компонентов умственного опыта учащихся, лежащих в основе продуктивного интеллектуального поведения – на уровне когнитивного, метакогнитивного и интенционального опыта, …, на рост индивидуального своеобразия склада ума каждого ученика на основе учета индивидуальных познавательных склонностей» [31, с. 110–111].

Положения, сформулированные в «обогащающей модели обучения», распространяются на все модели обучения, целью которых является развитие культуры мышления:

- каждый учащийся «заполнен» своим ментальным опытом, который и определяет характер его индивидуальной активности в тех или иных конкретных ситуациях;
- студент, сознательно выбрав профессиональное направление, обладает определенными способами переработки информации, у него есть «предпочитаемые» когнитивные стили;
- состав и строение ментального опыта у каждого учащегося различны, каждый имеет свой «диапазон» наращивания интеллектуальных сил; именно поэтому необходимо выстраивание индивидуальной образовательной траектории обучения;
- адресатом педагогических воздействий являются особенности состава и строения индивидуального ментального опыта – его когнитивные, метакогнитивные и интенциональные компоненты, в отличие от «традиционной модели», направленной на развитие базы знаний и формально-логического мышления [32, с. 111].

Развивающий подход к обучению математике направляет образовательный процесс на формирование у студентов следующих умений:

Умение 1: записывать схематично условие задачи и работать с ним. Это значит: по условию задачи определять, какие элементы даны, а какие требуется найти; умение выделять главные (существенные) переменные, отличать их от второстепенных переменных; умение видеть в условии задачи комплекс взаимосвязанных величин.

Умение 2: искать аналогии и закономерности и применять эти знания для решения задач. Это значит: искать сходство в отношении приемов и методов решения задач; на основании этого выделять общее, подводить под понятие.

Умение 3: соотносить условия задачи с известными теоретическими положениями. Это значит: искать формулы, определения, правила, теоремы, связывающие данные в задаче; развертывать свернутые алгоритмы в пошаговые программы.

Умение 4: логично рассуждать – т.е. в соответствии с законами логики. Это значит: уметь решение задачи представлять последовательно, без противоречий, опираясь на данные задачи и верные теоретические положения.

Умение 5: проигрывать разные варианты решений. Это значит: искать разные варианты решений, сравнивать их, выбирать достоинства и недостатки каждого.

Умение 6: делать выводы, т.е. соотносить условие задания с полученными результатами.

Выбор «обогащающей модели обучения» позволит гарантировать более благоприятные условия для личностного и интеллектуального развития, чем те, которые существуют в данный период, обогащение ментального опыта студентов-гуманитариев опытом математической деятельности должно проходить на условиях учета уникальности склада ума каждого студента [10; 28]. Одним из путей, который мы видим, является помощь в преодолении познавательных затруднений при изучении математики на основе обучения рефлексивным стратегиям.

Рефлексивный подход к обучению математике. Проблема стимулирования познавательной активности субъектов на основе рефлексии своих мыслительных процессов послужила толчком к развитию метакогнитивного направления в психологии. В настоящее время важность и необходимость развития этого подхода в образовании не просто не оспаривается, но и подчеркивается ведущими научными школами нашей страны.

С обучением и обучаемостью тесно связаны рефлексивные процессы личности. В исследованиях А. В. Карпова особый класс психических процессов, направленный на организацию, регуляцию и координацию других – так называемых «первичных» когнитивных процессов, называют метакогнитивными процессами [33, с. 131]. Метакогнитивные процессы рассматриваются как один из факторов успешности и продуктивности познавательной деятельности субъекта [34].

В работе А. А. Карпова выявлено, что обучаемость и метакогнитивные процессы зависимы, однако эта зависимость определена не однозначно. Вместе с тем, А. В. Карпов полагает, что определенный спектр метакогнитивных процессов в виде метапознавательных стратегий и навыков может быть целенаправленно сформирован в ходе системных обучающих воздействий.

Психологические аспекты взаимосвязи рефлексии и математической деятельности частично раскрываются в работах М. А. Холодной, Э. Г. Гельфман. Изучая структуру и строение интеллекта, как формы организации ментального опыта, авторы выделяют метакогнитивный опыт, который обеспечивает различные формы саморегуляции интеллектуальной активности при занятиях математической деятельностью. В их работах показано, что наиболее успешное развитие рефлексивных умений возможно, если при обучении математике учить планировать интеллектуальную деятельность по решению математических проблем, учить прогнозировать свои интеллектуальные действия и изменения в проблемной ситуации, уметь контролировать собственную математическую деятельность, уметь оценивать собственную математическую деятельность на основе выбранных критериев и т.д. Делается вывод о том, что эти рефлексивные умения являются основной способности к интеллектуальной саморегуляции, и, следовательно, условием продуктивной интеллектуальной деятельности.

В педагогике основной и высшей школе рассмотрение проблемы развития рефлексии при обучении математике идет в русле формирования рефлексии как общей способности, без которой невозможно осуществление математической деятельности.

Рефлексия в деятельности учащихся является структурным механизмом анализа и разрешения затруднений в поисковой активности при изучении математики. Рефлексия – есть необходимый элемент самоорганизации и самоконтроля учащихся при занятиях математической деятельностью.

Особо следует отметить работы И. Г. Липатниковой, которая разработала рефлексивный подход к изучению математике в школе. Суть которого заключается в том, что обучение математике строится на основе совместно-распределительной деятельности учителя и ученика с четко выраженными «микроцелями» учеников, которые проявляются в том, что ученик сам осуществляет выбор целей на основании анализа своих способностей и потребностей при поддержке учителя. Такой подход позволяет реализовать развивающий потенциал математики, т.е. способствует развитию у учащихся мыслительных операций и стратегий самостоятельной познавательной деятельности в математике [35].

Развитие таких компетенций как способность находить организационно-управленческие решения в нестандартных условиях, готовность к принятию решений, способность к обобщению и критическому анализу информации, постановке цели и выбору путей ее достижения, готовность к самостоятельной работе, способность и готовность к практическому анализу логики различного рода рассуждений, невозможно без построения учебного процесса на основании концепции рефлексивного (метакогнитивного) обучения. Метакогнитивный опыт интеллекта студентов-гуманитариев является сложной структурой, потому как «для достижения наивысшего уровня профессионализации им просто необходим метакогнитивный контроль за ходом решения профессиональных задач» [36].

А. В. Карпов со своими учениками провел анализ стратегий формирования метакогнитивного поведения, представленных в работах зарубежных авторов, что позволяет выделить основные положения метакогнитивного обучения:

– учет прошлого опыта, индивидуально-типических особенностей обучаемых, а так же общей познавательной направленности субъекта (технической, естественнонаучной или гуманитарной);

– результатом обучения должна выступать личность с высоким уровнем развития метакогнитивных навыков, которая способна отслеживать свои метакогнитивные способности, регулировать возможность получать информацию, разрабатывать коммуникативные стратегии и т.д.

Рефлексивному подходу к обучению характерны следующие черты:

1. Границы обучающего воздействия задаются детерминированным уровнем развития рефлексивных функций субъекта.

2. Процесс формирования зависит от включенности субъекта в деятельность.

3. При формировании метакогнитивного поведения особое значение имеет последовательность и системность обучающих воздействий [37].

4. Саморазвитие личности возможно в образовательном процессе и находится в прямой зависимости от педагогического обеспечения рефлексивной деятельности на всех этапах обучения» [38].

Методические особенности исследования влияния рефлексии на процесс обучения математике проявляются при обучении решению математических задач. Ряд авторов (Фридман Л. М., Тонких Г. Д., Фирстова Н. И., Ильясова А. Б. и др.) рассматривает рефлексию как заключительный, оценочный этап при решении любой математической задачи. Рефлексия при решении математических задач с идеей «выхода» за рамки деятельности в случае невозможности ее осуществления, перехода к новой деятельности и ее механизмам через рефлексию.

Рефлексивный подход к обучению математике будет состоять в том, чтобы создать условия для развития метакогнитивных стратегии собственной деятельности учащихся, особенно необходимых при преодолении затруднений в математической деятельности.

Мировоззренческий подход. Говоря о том, что математика должна способствовать, в первую очередь, становлению целостного индивидуального мировоззрения, в котором математика видится не как свод правил, теорем и абстрактных задач, а как инструмент познания мира, интересно обратиться к работам философов образования. В свете «преодоления знаниевой парадигмы» необходимо, наряду с другими, рассмотреть вопрос установления «мировоззренческой парадигмы образования», которая существенно расширяет и углубляет «образовательные горизонты рациональности. В ней гуманизация образования при необходимой ориентации на принципы научной рациональности освобождается от сциентистских догматов» [39, с. 13]. Как утверждает М. П. Арутюнян: «мировоззренческая парадигма качественно преобразует образовательное пространство», а именно «реальностью и основной ценностью образования становятся не сами по себе ЗУНы», а те, общие и профессиональные качества личности, которые позволяют *«существовать комфортно»* в этом мире [40, с. 16]. К таким качествам личности относятся: развитая коммуникабельность, позитивный оптимизм, понимание происходящих процессов в социальной, культурной, экономической и политической жизни, знание фундаментальных законов природы, физиологии человека, основных методов познания и преобразования действительности и т.д.

М. П. Арутюнян, характеризуя мировоззренческую парадигму в образовании, говорит: «в нашем обсуждении это означает необходимость выработки способности педагога преподавать учебную дисциплину в мировоззренческом контексте; обретение навыков встречи с позицией «мировоззренчески-иного»; умение выстраивать преподавание предмета и воспитательного процесса в формах мировоззренческого дискурса, передавать ученикам навыки мировоззренческой аргументации, критической рефлексии и саморефлексии, способностей обоснования своих собственных мировоззренческих взглядов, самостоятельного выбора позиции» [41, с. 17].

При реализации этих идей в образовании в рамках учебного предмета представлено несколько концепций, одна из таких была сформулирована Л. А. Жоховым как «концепция мировоззренчески направленного обучения математике». Автор полагает, что успешное разрешение проблемы становления личности обучающегося «можно ожидать не в русле навязывания какой-то определенной системы взглядов на мир, пусть даже и кажущейся на сегодняшний день правильной, но на путях, прежде всего, оказания ему посильной и целенаправленной помощи в постепенном и последовательном «выращивании» у него системы обобщенных математико-мировоззренческих ориентиров и качеств» [42, с. 367].

А. Л. Жохов в своей теории мировоззренчески направленного обучения математики отличительные особенности математики представил через «мировоззренческий потенциал математики как грани культуры», который он видит «в системе исторически сформировавшихся в математической культуре математико-мировоззренческих ориентиров, механизмов разрешения мировоззренческих ситуаций – способов и средств саморазвития человека, математического познания и идеального преобразования мира как в его фрагментах, так и в целом» [43, с. 382]. Эти ориентиры А. Л. Жохов видит в следующем.

1. В том, что математика оперирует идеальными объектами, т.е. существует возможность отвлечься от естественных свойств объекта и тем самым упростить задачу исследования.

2. В том, что математика ориентируется на предельные, универсальные истины.

3. В том, что верным способом идеального познания и преобразования служит мышление человека.

4. В том, что в математике исторически сложились надежные способы фиксирования и обоснования результатов видения мира (символизация, математический язык, опора на понятия, алгоритмизация).

5. В том, что в математике наряду с аналитическим представлен и ее рефлексивный характер, который дает не просто примеры, но и образцы принципа рефлексивности в научном познании.

6. В том, что в современной математической науке представлены математические модели объектов окружающего мира.

7. В том, что в математике наблюдается правильный баланс между опытным и умозрительным в решении сложных задач.

6. В том, что математика и ее аппарат лежит в основе переработки информации, что является первостепенной задачей для современного информационного общества.

Таким образом, математикой накоплены «математико-мировоззренческие ориентиры», знакомство с которыми позволит учащимся лучше понимать закономерности окружающего мира и своевременно решать мировоззренческие проблемы.

Необходимость учета этой концепции в нашем исследовании заключается в том, что «мировоззрение, не игнорируя общих взглядов на мир и человека, делает акцент именно на отношении человека к миру. То есть не «мир в целом», не «человек сам по себе», а отношение человека и мира – вот фокус всех мировоззренческих проблем» [44, с. 16], которые должны уметь разрешать будущие представители гуманитарных наук.

А. А. Касьян в работах, связанных с исследованиями образования и мировоззрения, рассуждает о том, что «не ставится задача движения к единственному, одинаковому для всех мировоззрению. Должно признаться право на существование различных типов мировоззрения» [45, с. 22]. Это позволяет нам утверждать, что подбор содержания, форм, методов и средств обучения математической дисциплине будет способствовать развитию общекультурных, общепрофессиональных и профессиональных компетенций, связанных с взаимодействием с окружающим миром. Именно, поэтому столь важна роль математических дисциплин в процессе построения «частного» (Касьян А. А.) мировоззрения студентов.

Необходимость критического осмысления поступающей информации с различных сторон не отрицает никто, однако, когда речь заходит о событиях, имеющих количественную окраску, обнаруживается неосведомленность многих людей, в том числе и с высшим образованием. Думается, что причины кроются в неверной расстановке акцентов в процессе преподавания математических дисциплин студентам разных специальностей.

С технологической модели обучения необходимо перейти на иную модель, включающую средства, направленные на ознакомление с рациональным способом познания, с алгоритмами принятия эффективных решений, с приемами осуществления критического анализа текста, содержащего количественную информацию. Другими словами, должно выполняться требование мировоззренческой направленности обучения математике студентов гуманитарных специальностей. «Понимаю ли я, что взгляд на Мир состоит из гуманитарных, естественнонаучных и «мистических моделей»? Могу я отличить истину ото лжи? Верю ли я в научные основания теорий, мнений? Могу ли я привести аргументы за/против этого процесса на основании знаний, которыми я обладаю?», – на разрешение таких вопросов, на наш взгляд, должны быть ориентированы математические дисциплины в подготовке студентов социогуманитарных направлений.

Личностно-ориентированный подход. В рамках личностно-ориентированного подхода к обучению математике изменяется основная схема взаимодействия преподавателя и студентов. Вместо широко распространенной схемы взаимодействия: преподаватель-субъект, студент-объект управления, имеется схема равноправного учебного сотрудничества с целью развития ментального опыта студентов. Взаимодействие – это согласованная деятельность по достижению совместных целей и результатов, решению участниками значимой для них проблемы или задачи [46, с. 17]. Появляется такое взаимодействие, которое в трудах педагогов называется «личностно-ориентированным взаимодействием» [47].

Представители личностно-ориентированного обучения И. С. Якиманская, А. А. Плигин, В. В. Сериков, Н. В. Бордовская, Н. А. Алексеев, Л. Н. Куликова, «взаимодействие педагога и обучающихся» характеризуют следующим образом.

Во-первых, преобразование субъективного опыта учащегося посредством проектирования его действий преподавателем вряд ли возможно, он должен прийти к этому сам. В этом состоит суть феномена личности. В чем может помочь ему педагог? «Оказать педагогическую поддержку, – говорит В. В. Сериков, – способом педагогической поддержки в данном случае выступает актуализация некоторой личностно-развивающей ситуации» [48, с. 94]. Этому способствуют разные формы организации совместной деятельности студентов и преподавателя: лекции-конференции, индивидуальное консультирование, взаимообучение, лекции с разбором конкретных ситуаций и т.д.

Во-вторых, деятельность преподавателя заключается, в первую очередь, в «активном стимулировании учащегося к самоценной образовательной деятельности, содержание и формы которой обеспечивают учащемуся возможность саморазвития, самовыражения в ходе овладения знаниями».

Для этого преподаватель применяет разнообразные методы стимулирования и активизации учебной деятельности студента.

В-третьих, «эффективность усвоения собственно предметного содержания возрастает в данном случае благодаря тому, что это содержание обретает теперь качественно новый личностный смысл, выступает как содержание и среда становления личностного опыта индивида» [49, с. 97].

В-четвертых, «личностный опыт «откладывается» в сознании в форме диспозиций – регуляционных принципов поведения. Личность, в отличие от разработчиков стандартов, не принимает лишнюю информацию, но в то же время ей нужно помочь усвоить действительно необходимое» [50, с. 96]. В этом суть личностно-ориентированного обучения, которое организуется как «смешение» индивидуального опыта студента и индивидуального опыта педагога, актуализированного в совместных формах работы – лекций, тренингов, семинаров, дискуссий в процессе обучения математическим дисциплинам.

Основная идея личностно-ориентированного подхода к обучению математике студентов-гуманитариев стоит в том, что это позитивно значимый способ реализации гуманистического воспитания в математическом образовании, включающий в себя не только гуманистическую позицию педагога, личностно-гуманный подход к студенту, содействие его личностному и профессиональному становлению, а также сотрудничество студентов и преподавателя. Личностно-ориентированное взаимодействие студентов и преподавателя при таком подходе проявляется во взаимном уважении, доброжелательной коммуникации, открытости и доверии при возникновении затруднений, конструктивный диалог при возникновении споров и разногласий.

Формирование компетенций студентов в рамках учебных дисциплин представляет собой сложную задачу как для преподавателя, так и для студентов. Учебная дисциплина, ориентированная, прежде всего, на передачу содержания конкретной научной области, имеет достаточно ограниченный запас возможностей для развития качеств личности. Поэтому основным фактором в формировании компетенций становятся методы учебного взаимодействия студентов и преподавателя. Одним из таких методов является метод организации педагогической поддержки студентов при овладении учебным материалом по математическим дисциплинам.

Преодолению студентами трудностей в учении может способствовать педагогическая поддержка, потенциал которой обосновал О. С. Газман по отношению к школьникам, определяя данную категорию, как «процесс совместного с ребенком определения его собственных интересов, целей, возможностей и путей преодоления препятствий, мешающих ему сохранить свое человеческое достоинство и без помощи других достигать хотимых результатов в обучении, самовоспитании, общении, творчестве, виде жизни» [51, с. 189].

«Педагогическая поддержка [52, с. 203] – деятельность педагогов по оказанию превентивной и оперативной помощи детям в решении их индивидуальных проблем, связанных с их физическим и психическим здоровьем, успешным продвижением в учебе…». Необходимость организации такой поддержки заключается в том, что многие студенты не смогут преодолеть возникающие психологические барьеры самостоятельно. Наши наблюдения показывают, что у студентов есть тенденция «отложить» эту проблему как несущественную, «простить себе» невозможность решить эту проблему, «принять» себя таким, какой ты есть. Это обусловлено тем, что студенты «пришли в вуз» за конкретными профессиональными знаниями и умениями, которые помогут им овладеть профессией и в дальнейшем стать успешными, поэтому они мало обращают внимание на те «личностные механизмы», с помощью которых происходит достижение этой успешности.

Е. А. Бондаревская выделяет два вида педагогической поддержки в учебном процессе: общая и индивидуально-личностная поддержка. Общая педагогическая поддержка направлена на поддержку всех учащихся, на создание эмоционального фона доброжелательности, взаимопонимания, сотрудничества. Индивидуально-личностная поддержка направлена на организацию оперативной помощи каждому учащемуся с учетом его личностных особенностей развития.

Таким образом, для развития компетенций студентов необходима организация педагогической поддержки студентам в преодолении познавательных затруднений при изучении математических дисциплин. Спецификой такой педагогической поддержки будет активизация метакогнитивных механизмов деятельности студентов.

Контекстный подход основан на концепции контекстного обучения А.А. Вербицкого, согласно взглядам этого ученого, «в качестве концептуальной основы реализации компетентностного подхода в образовании может и должна выступить теория контекстного обучения» [53, с. 122]. Основная идея контекстного обучения заключается в том, что «с помощью всей системы форм, методов и средств обучения, традиционных и новых, в учебной деятельности студентов последовательно моделируется предметное и социальное содержание их будущей профессиональной деятельности» [54, с. 129].

Общекультурные и общепрофессиональные компетенции являются по своей сути – профессионально важными качествами личности, они выступают основой для развития профессионально-прикладных компетенций и профессиональных компетентностей, поэтому смещение учебно-познавательной деятельности в сторону учебно-профессиональной может быть обеспеченно именно идеями и моделями контекстного обучения.

Согласно теории контекстного обучения, как инновационного подхода к обучению математике, отбирать содержание учебной дисциплины необходимо из двух источников: содержания изучаемых наук и содержания будущей профессиональной деятельности [55]. Содержание обучения компонуется в виде учебных текстов, так чтобы в них содержалась информация, контекст, будущей жизни и деятельности студента «гуманитария-обществоведа». «Контекст представляет собой систему внутренних и внешних условий жизни и деятельности человека, влияющую на процесс и результаты восприятия, понимания и преобразования человеком конкретной ситуации действия и поступка» [56, с. 229]. Контекстом в данном случае выступают математические разработки значимых для бакалавров проблем. Изучение исследований по математическим методам в социогуманитарных науках является тем эффективным средством, с помощью которого решается проблема профессиональной направленности обучения математике.

Компьютерный подход заключается в применении компьютерных технологий обучения, под которыми в самом общем смысле понимают «совокупность методов, приемов, способов, средств обеспечения педагогических условий для целенаправленного процесса обучения, самообучения и самоконтроля на основе компьютерной техники, средств телекоммуникационной связи, интерактивного программно-методического обеспечения, моделирующая часть функций педагога по представлению, передаче информации, управлению учебной и познавательной деятельностью» [57, с. 14].

Популярность компьютерного подхода к обучению математическим дисциплинам объясняется возможностью легкого доступа к информационно-методическому обеспечению процесса обучения, тиражируемостью передовых педагогических технологий. На базе использования средств новых информационных технологий компьютерный подход обеспечивает расширение и укрепление связей между отдельными структурами системы образования, что приводит к совершенствованию ее инфраструктуры [58, 45].

Исследования в области применения информационных технологий в образовательном процессе показали, что для успешного преподавания дисциплины необходимо применять программные средства различного назначения. Однако, как показывает практика обучения, преимущество в обучении математическим дисциплинам отдается традиционной методике изложения материала и организации самостоятельной работы студентов. В связи с этим возникает ряд трудностей: снижается скорость образовательного процесса, упускается возможность индивидуализировать и дифференцировать обучение математическим дисциплинам, не обеспечивается доступ к открытым электронным библиотекам, снижаются навыки поисковой и исследовательской деятельности студентов.

Одним из эффективных путей оптимизации процесса обучения математическим дисциплинам является применение информационных технологий (Лапчик М. П., Поличка А. Е., Роберт И. В., Рагулина М. И. и др.). В этих работах применение информационных технологий в обучении математическим дисциплинам позволит:

– повысить доступность образования, расширив формы его получения;

– рационально организовать учебную деятельность студентов в ходе освоения математических дисциплин;

– построить такую систему обучения, которая максимально обеспечит каждому индивиду собственную траекторию обучения;

– повысить активность студентов;

– улучшить качество предоставляемой информации;

– всесторонне раскрыть педагогический потенциал математических дисциплин для формирования компетенций студентов и т.д.

Свою эффективность в процессе обучения математическим дисциплинам показали информационно-коммуникационные технологии: виртуальные обучающие среды (система Moodle и т.п.), математические сайты, онлайн-калькуляторы по математике, компьютерные программные комплексы по математике, мобильные приложения по математике, средства общения преподавателя и студентов. На рис. 7.2 представлены информационно-коммуникационные технологии при обучении математическим дисциплинам.

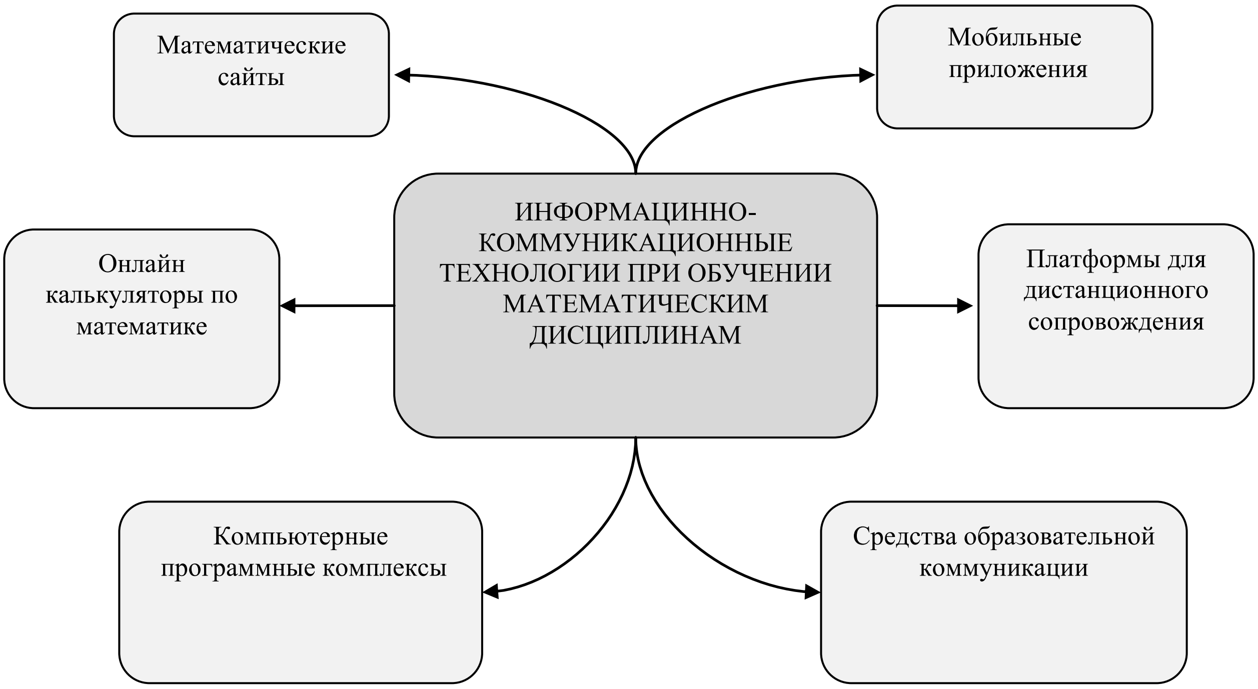

Рис. 7.2. ИКТ в обучении математическим дисциплинам

Оптимизация процесса обучения математическим дисциплинам с использованием информационно-коммуникационных технологий позволит решить психолого-педагогические трудности, связанные с мотивацией к изучению математических дисциплин, с облегчением процесса решения математических задач. Тем самым, наиболее полно использовать возможности математических дисциплин для развития компетенций студентов.

Проблема определения инновационных подходов к обучению математическим дисциплинам является актуальной. Сложность этой проблемы обусловлена, в первую очередь, неустоявшемся категориальным аппаратом в педагогике. Какие педагогические идеи, авторские методики и образовательные технологии считать инновационными, а какие –традиционными? В рамках этой работы, с учетом определенных в пункте первом психолого-педагогических и методических проблем, мы выбрали шесть подходов – ***развивающий подход, рефлексивный подход, мировоззренческий подход, личностно-ориентированный подход, контекстный подход, компьютерный подход,*** интеграция которых в практику математического образования студентов социогуманитарных профилей будет способствовать созданию условий для решения заявленных проблем и повышению эффективности обучения математике.

7.3. Процессы интеграции традиционных и инновационных подходов в методике обучения математическим дисциплинам в социогуманитарном образовании

Проблема интеграции в образовании в настоящее время входит в число важнейших теоретических и практических вопросов современной дидактики.

Понятие «интеграция» понимают, как процесс развития, связанный с объединением в целое ранее разрозненных частей и элементов. *Интеграция* – в широком понимании – соединение двух и более предметов (или идей) в целях повышения эффективности исследуемого объекта и его качественных показателей.

Е.А. Соколков, исследуя процессы интеграции гуманитарного и естественнонаучного образования, считает, что «интеграция образовательных систем – путь, который может способствовать глобальной самоорганизации человечества, человеческого общества в частности, и одновременно условие вхождения конкретного человека, личности в единое информационно образовательное пространство» [59, с. 25].

Разработка методологии интеграционных процессов в педагогических системах нашло отражение в работах И. Ю. Алексашиной, В. С. Безруковой, М. Н. Берулавы, Е. А. Кашиной, Ю. С. Тюнникова, А. Д. Урсула и др. В указанных исследованиях педагогическая интеграция рассматривается как сложный процесс с большой вариативностью типов и видов, уровней и направлений в зависимости от назначения, целей и задач интеграции.

Задача интеграции традиционных и инновационных подходов к обучению заключается в том, чтобы все лучшее, наработанное в математическом образовании студентов-гуманитариев, оставить, но способы подачи материала, способы личностно-ориентированного взаимодействия преподавателя и студентов, методы контроля должны строиться с учетом инновационных подходов. Интеграция инновационных подходов к обучению естественным образом проявляется при разработке методических систем обучения математических дисциплин в программе подготовки студентов социогуманитарных профилей.

Примерами интеграция инновационных и традиционных подходов к обучению математическим дисциплинам студентов социогуманитарных профилей являются работы В. Е. Гусевой, Н. А. Дергуновой, А. Д. Ивановой, И. Г. Мегрикян и др.

Наибольшее число работ посвящено исследованию компьютерного подхода к обучению математике студентов-гуманитариев. И. П. Мединцева разработала методику обучения математике студентов гуманитарных специальностей с использованием электронного учебника. Е. В. Потехина проблему использования Интернета в обучении математике студентов гуманитарного вуза ограничила использованием специальных математических сайтов. В исследованиях В. Е. Гусевой Интернет рассматривается как социальная, информационно-образовательная и гуманитарная среда, учитывающая психологические и возрастные особенности студентов-гуманитариев. В ее же работе деятельностный подход интегрируется в традиционную систему обучения с помощью специально разработанных интернет-технологий [60].

Обучение математике студентов-гуманитариев в контексте деятельностного подхода так же рассматривается в работе И. В. Прохоровой, особенностью которого является освоение содержание обучения через овладение действиями, адекватными каждому этапу в решении задач с историко-математическим содержанием [61].

А. Д. Иванова уточнила представления о сущности технологического подхода к проектированию процесса обучения математике студентов-гуманитариев, сделав акцент на выделении системообразующих компонентов и структурно-функциональных связей между ними. Ее теоретическая модель обучения математике представляет собой последовательность обоснованных процедурных действий, учитывающая всю логику технологического подхода.

Н. Н. Тан и И. Г. Мегрикян исследовали процессы интеграции метода наглядного моделирования в практику обучения студентов социогуманитарных профилей, разработав методические системы обучения математическим дисциплинам, включающих комплекс профессионально-ориентированных задач. В своих работах они показали, как наглядное моделирование способствует познавательной активности студентов [62].

В настоящей работе процесс интеграции инновационных подходов к традиционной практике обучения математике рассматривается с позиции тех трудностей, которые препятствуют разработке эффективных методических систем обучения математических дисциплин, ориентированных на развитие компетенций студентов социогуманитарных профилей.

Опыт применения каждого подхода к практике образования вообще и математического в частности показал как свою эффективность, так и свою ограниченность в условиях компетеностностного подхода. Ни один подход не может целиком претендовать на основание для построения концептуальной основы, потому как развитие комплекса компетенций с учетом выявленных трудностей в методике обучения математике требует интегративного подхода.

Основными направлениями интеграции инновационных и традиционных подходов к обучению математическим дисциплинам бакалавров социогуманитарных направлений, представленных в табл. 7.3 являются:

– организация целенаправленной работы с мотивационной сферой студентов;

– отбор содержания обучения математическим дисциплинам в соответствии с принципами обучения и формируемыми компетенциями;

– выбор и разработка активных методов обучения, включающих студентов в процессы самообучения и саморазвития при поддерживающей роли преподавателя;

– разработка объективной системы контроля результатов обучения.

Трудности, порожденные традиционным подходом к обучению математике, выбранные инновационные подходы и процессы их интеграции с целью повышения эффективности качества математического образования при подготовке студентов социогуманитарных профилей, приведены в табл. 7.1.

Проблема мотивации студентов к изучению математических дисциплин решается обращением, в первую очередь, к личностно-ориентированным и развивающим технологиям обучения. Негативный опыт изучения математики, когда учащийся долгое время находился в состоянии «непонимания математики», должен компенсироваться ситуациями успеха, которые обеспечиваются путем осознанного включения студента в собственную программу обучения.

Таблица 7.3

Интеграция традиционных и инновационных подходов к обучению математическим дисциплинам в социогуманитарном образовании

Трудности, порождаемые традиционным подходом к обучению математике	**Инновационные подходы к обучению математике**	**Интеграция традиционных и инновационных подходов к обучению математике**
1. Низкий уровень мотивации 2. Недостаточный уровень развития культуры мышления 3. Слабая метакогнитивная включенность в деятельность 4. Слабая система представлений о необходимости применения математического аппарата к решению жизненных и профессиональных задач 5. Низкий уровень математической подготовки 6. Противоречия, возникающие при отборе содержания обучения в соответствии с профессиональной направленностью обучения	*Развивающий подход*: «обогащающая модель обучения» математике (М. А. Холодная, Э. Г. Гельфман) *Рефлексивный подход:* метакогнитивное обучение (А. В. Карпов), рефлексивное обучение математике (И. Г. Липатникова) *Мировоззренческий подход:* Мировоззренчески-направленное обучение (А. Л. Жохов) *Личностно-ориентированный подход:* личностно-ориентированное обучение (И. С. Якиманская [63]) *Контекстный подход:* «контекстное обучение (А. А. Вербицкий)	1. Повышение уровня мотивации студентов к изучению математических дисциплин через создание ситуаций успеха, активное включение студентов в собственное математическое образование, разнообразная деятельность на занятиях: математические игры, мозговой штурм, взаимообучение, индивидуальные консультации, разбор статей профессиональной тематики и т.д. 2. Развитие культуры мышления путем обогащения ментального опыта студентов умениями критически анализировать информацию, принимать оптимальное решение на основе имеющихся данных, прогнозировать результаты экспериментов и т.д. 3. Обучение студентов рефлексивным (метакогнитивным) стратегиям, позволяющим им отслеживать свои познавательные затруднения при изучении математики, выбирать оптимальные пути их преодоления, контролировать свои достижения и т.д. 4. Становление «индивидуального мировоззрения» студентов путем выявления необходимости применения математического аппарата как инструмента исследования гуманитарных объектов, демонстрации ситуаций, в которых исключение математики приводит к неполноте получаемых результатов, включение студентов в математический анализ парадоксов и стереотипов

Окончание табл. 7.3

7. Неэффективная организация самостоятельной работы студентов 8. Организация контроля уровня развития компетенций	*Компьютерный подход:* использование информационно-коммуникационных технологий в обучении, дистанционное и открытое образование (А. Е. Поличка, И. М. Рагулина)	5. Организация педагогической поддержки каждому студенту в своевременной ликвидации пробелов в знаниях и умениях, а так же обеспечение доступного уровня обучения в сочетании с научным и строгим изложением учебного материала позволит студентам освоить все необходимые элементы математических теорий, лежащих в основе математического описания гуманитарных объектов. 6. Разработка «контекстных» задач, т.е. моделей реальных практических, профессионально-ориентированных задач из будущей профессиональной деятельности, адаптированных к учебному процессу, позволит отобрать в содержание обучения только те разделы математики, которые наилучшим образом способствуют развитию компетенций. 7. Активное использование средств информационных технологий позволяет оптимизировать процесс обучения математическим дисциплинам: обеспечить студентов только необходимыми учебными ресурсами, дифференцировать и индивидуализировать обучение, сопроводить процесс обучения яркими полезными презентациями, облегчить процессы сложных математических вычислений и т.д. 8. Контрольные мероприятия по математическим дисциплинам в высшем образовании условно поделены на контрольно-обучающие и контрольно-измерительные мероприятия, направленных на оценку разных уровней компетенций

В такой программе учащийся видит конечную цель своего математического образования, осознает свои трудности и готов к взаимодействию с опытным и квалифицированным преподавателем математики. Интерес к обучению рождают разнообразные формы проведения занятий: математические игры, мозговой штурм, взаимообучение, индивидуальные консультации, разбор статей профессиональной тематики.

Студент мотивирован к изучению математических дисциплин, если осознает, какими компетенциями он будет обладать и какова область их применения. Внешняя мотивация заключается в демонстрации тех профессиональных задач, при решении которых математический аппарат играет важную роль. Например, обработка данных в экспериментальных исследованиях, выяснение зависимости между двумя гуманитарными процессами и их интерпретация, подсчет вероятности наступления события и т.д.

Внутренняя мотивация основывается на убеждении студента в его возможностях, его интеллектуальном потенциале. Несмотря на слабую математическую подготовку к вузовскому курсу обучения, студенты-гуманитарии владеют «базовой математической культурой», которая заключается в умениях выполнять действия с числами, решать уравнения и неравенства, исследовать элементарные функции, находить комбинаторные соединения, решать тематические текстовые задачи (на уровне 9 класса). Этих умений достаточно для того, чтобы изучать элементы математических теорий, лежащие в основе математического описания гуманитарных объектов (*множества и операции над ними, матрицы и системы линейных уравнений, графы и задачи оптимизации, случайные величины и числовые характеристики, статистические гипотезы и критерии их оценки, статистический ряд и корреляционная зависимость*).

Развитие мотивации студентов социогуманитарных профилей к изучению математических дисциплин основывается так же на выполнении следующих условий:

- высокая собственная активность учащегося при выполнении математических заданий;
- разнообразие видов деятельности на занятиях;
- формирование понимания целесообразности изучения математического аппарата;
- обязательная связь с ранее изученным материалом, использование идеи расширения основных математических понятий;
- посильность обучения;
- яркая и эмоциональная манера изложения материала.

Для развития мотивации студентов социогуманитарных профилей к изучению математических дисциплин рекомендуем включать в учебные занятия математические игры, задания на смекалку, краткие примеры использования математического аппарата в повседневной жизни.

Приведем пример математических задач, которые можно использовать на этапе математической разминки для сосредоточения внимания студентов, поднятия настояния, установления контакта.

1) Товар стоил 1000 р., затем цена понизилась на 5 %, а через некоторое время еще на 5 %. Верно ли, что стоить товар стал 900 рублей?

2) Четверо студентов проходят итоговое тестирование. Сколькими способами им могут быть поставлены оценки, если известно, что никому не будет поставлена «двойка»?

3) Какова вероятность того, что наудачу выбранный день из числа дней одного столетия обладает следующим свойством: число, номер месяца и последние две цифры года записаны с помощью одной из цифр 1, 2, ..., 9?

Приведем примеры математических задач с практическим содержанием:

4) Допустим, Вы играете в парную игру (карты, шашки, шахматы и т.д.), Вы знаете, что шансы выиграть в каждой игре у вас с противником одинаковые. Что для Вас вероятнее: выиграть три игры из пяти или пять игр из восьми?

5) Вас попросили помочь в организации культурного мероприятия, для этого необходимо составить расписание для десяти команд. Сколько встреч надо организовать, чтобы каждая команда встретилась с каждой?

6) В коллективе работает 100 человек, из них: двадцать восемь состоят в профсоюзе, у тридцати не менее двух детей, сорок два человека имеют регулярный дополнительный заработок. В процессе опроса было выяснено: восемь человек, состоящих в профсоюзе, имеют двоих детей; десять человек, состоящих в профсоюзе и пять человек с тремя детьми регулярно подрабатывают, а три человека, состоящие в профсоюзе и у которых четверо детей, так же имеют дополнительные заработки. Есть ли в коллективе люди, которые не входят ни в одну категорию? Сколько их?

7) Кинокритик заметил, что отзывы на фильмы в разных кинотеатрах отличаются. Он сделал предположение, что и популярность фильмов в разных кинотеатрах так же заметно отличается. Каким образом он может подтвердить свое предположение, имея в наличии информацию о проданных билетах.

Кинотеатр «Оскар»: «Джон Уик» (115), «Седьмой сын» (211), «Что творят мужчины» (163), «8 новых свиданий» (79), «Снежная королева» (102).

Кинотеатр «Дружба»: «Джон Уик» (176), «Седьмой сын» (250), «Что творят мужчины» (253), «8 новых свиданий» (191), «Снежная королева» (324).

Развитие культуры мышления происходит главным образом в процессе решения разных типов математических задач.

Типовые задачи способствуют формированию «обобщенного умения решать задачи» [64]. К ним относятся: задачи, решаемые по алгоритму, задачи, решаемые с помощью указаний, задачи на восстановление пробелов в решении, задачи на поиск ошибок, задачи на выделение условий и заключений, задачи на применение определений и теорем.

Особенность этих задач состоит в том, что они представляют собой задачи первого и второго уровня усвоения (по Беспалько В. П.), в которых имеется правило, алгоритм или формула, и она известна учащемуся. Решение состоит из небольшого числа последовательных этапов.

Нетиповые задачи способствуют применению обобщенного умения решать задачи. К ним относятся: задачи, для которых нет готового алгоритма или он сложен для выполнения в условиях данной задачи.

К нетиповым задачам относятся:

– *«задачи с парадоксальными данными или результатами»* – такие задачи, в ходе решения которых появляются данные, противоречащие или условию задачи, или здравому смыслу, или математическим понятиям и теоремам;

– *«провокационные задачи»* – такие задачи, которые провоцируют учащихся совершить ошибку, если действовать «необдуманно», например, задача не имеет решения вообще; не удается найти решение имеющимися методами; формально решение задачи может быть найдено, но анализ условия показывает, что описанные в задаче объекты не существуют.

Основным требованием к отбору задач для развития культуры мышления является их направленность на развитие и применение «обобщенного умения решать задачи». Усвоение алгоритма, соответствующего последовательности применяемых умений, происходит при выполнении следующих заданий: «*В условии следующих задач установите, что дано по условию задачи, что требуется найти, к какому разделу математики относится задача, какие формулы, теоремы, алгоритмы используются при решении задачи? Предложите несколько вариантов решения задач. Решите задачи, подробно комментируя свои действия. Сделайте вывод*». Это позволит обращать внимания студентов на различные формулировки задач, на особенности анализа условия задачи, на приемы выбора и применения теоретических положений при их решении, на процесс поиска решений, на выбор оптимального алгоритма решения, на проверку и оценку проведенного решения.

Для развития умения соотносить условия задачи с известными теоретическими положениями используются задания: «*Определите, какой материал Вам необходим для выполнения задания. Составьте вопросы,* *ответы на которые помогут Вам выполнить задание. Разбейте задачу на несколько простых*».

Развитие обобщенного умения решать задачи предполагает использование разнообразных нетиповых задач, так, например, в следующих задачах содержатся противоречивые данные.

«*В группе 50 студентов, известно, что 32 студента посещают художественную студию, 25 человек – спортивные секции, 5 человек посещают и художественную студию, и спортивную секцию. Сколько студентов посещают только художественную секцию? Сколько студентов не посещают ни одного спецкурса?*».

«*Верно ли, что для того, чтобы четырем мужчинам обменяться визитками потребуется всего 8 визиток?*».

Усвоение и закрепление обобщенного умения решать задачи происходит в разнообразных формах лекционно-практических занятий. Закрепление обобщенного умения решать задачи происходит более эффективно в процессе группового практикума или тренинга по математическим дисциплинам, цель которого отработка определенных умений и переход на более высокий уровень их развития. Например, групповой практикум по теме «Практикум по решению задач теории вероятностей» направлен на применение обобщенного умения решать задачи на материале темы случайные события. Каждая математическая задача рассматривается в схеме: *Что дано? → Что требуется найти? → Можете сразу дать ответ? → Сформулируйте испытание и определите схему, которой оно подчиняется → Определите формулу для вычисления вероятности → Произведите расчеты → Сделайте вывод.*

Задача 1. Рекламной фирмой в типографии было заказано 1000 листовок. Вероятность того, что листовка будет испорчена, равна 0,001. Вычислить вероятность того, что будет испорчено не более двух процентов листовок.

Задача 2. Верно ли, что простым угадыванием на пять вопросов вероятность ответить на все вопросы правильно равна 50 % (при условии, что на каждый вопрос ответ либо да, либо нет)?

Таким образом, у студентов формируется умение проблемную ситуацию рассматривать как математическую задачу и применять к ней обобщенное умение решать задачи.

Согласимся с Л. М. Фридманом в том, что глобальная цель обучения математике – «это формирование у учащихся общего подхода, общего умения решать любые задачи» [65, с. 111]. Решение математической задачи является образцом решения рационалистической задачи, относящейся к любому виду деятельности, поэтому так важно развивать элементы математического мышления, т.е. умения и навыки выводить логические следствия из данных предпосылок, умение анализировать объект, вычленять из него частные случаи.

Выдающийся ученый Р. Фейнман писал: «Математика не просто один из языков. Математика – это язык плюс рассуждения, это как бы язык и логика вместе. Математика – орудие для размышления. В ней сконцентрированы результаты точного мышления многих людей. При помощи математики можно связать одно рассуждение с другим. … Очевидные сложности природы с ее странными законами и правилами, каждое из которых допускает отдельное очень подробное объяснение, на самом деле тесно связаны. Однако если вы не желаете пользоваться математикой, то в этом огромном многообразии фактов вы не увидите, что логика позволяет переходить от одного к другому» [66, с. 35–36].

Уровень развития культуры мышления характеризуется обобщенным умением студента решать задачи. Главная методическая особенность показать студентам, что в принятии решений, наряду с творческими и креативными идеями, лежат конкретные логически выверенные действия, аналогично тем, которые они используют при решении математической задачи.

Анкетирование 160 студентов показало, что по мнению студентов причинами «их не успешности» при изучении математики являются недостаток способностей (89 %), трудность задания (63 %), отсутствие везения (35 %), недостаток усилий (28 %), отсутствие интереса к обучению вообще (53 %). Среди этих причин есть только одна, которую можно контролировать и на которую можно воздействовать. Это прилагаемые для получения результата усилия. Поэтому для развития мотивации нужно постоянно показывать учащимся связь между результатом деятельности и затраченными усилиями. Стоит обсуждать со студентами причины неуспехов и неудач, анализировать опыт их преодоления затруднений, возникающих при решении задач.

Так, в работе С. А. Парыгиной, стратегией преодоления трудностей в обучении математике студентов выступает организация математической деятельности, основанная на формировании мотивационно-личностных характеристик (способности адекватно отражать уровень собственных трудностей, способности к саморегуляции, уверенности в себе), что свидетельствует о том, что рефлексивные механизмы влияют на процесс преодоления познавательных трудностей и психологических барьеров, с которыми неизменно сталкиваются все изучающие математику [67].

Проблема недостаточной метакогнитивной включенности в математическую деятельность решается путем целенаправленного метакогнитивного обучения. В нашем исследование это означает, что студенты осведомлены о целях своего обучения, об имеющихся у них трудностях, согласны на принятие помощи педагога, общаются к педагогу за консультацией, имеют примерный план освоения дисциплины, осведомлены об организации курса, оценивают свои потенциальные возможности по освоению курса, мотивированы на исполнение составленного плана, знают стратегии преодоления трудностей при изучении математических дисциплин.

Деятельность преподавателя математики по организации педагогической поддержки для развития метакогнитивных умений и преодолению познавательных затруднений будет заключаться в следующем.

По любой математической дисциплине разрабатывается входная диагностическая работа, позволяющая выявить типичные познавательные затруднения студентов, приобретенные в прошлом опыте изучения математических дисциплин. Диагностическая работа может быть в разных формах: в форме опросника, в форме контрольной работы, в форме анкеты или эссе. Вопросы и задания составлены таким образом, чтобы оценить реальные знания по математике, эмоциональное отношение к математике и осознаваемые трудности.

Одним из путей выявление трудностей при изучении математических дисциплин является такое задание: студентам предлагается выполнить анализ результатов входной работы и оценить причину, по которой задание не было выполнено. Например, не могу разобраться в «дано», не могу выделить существенные и несущественные переменные, не могу подобрать «теоретический материал», найти формулу, не могу представить, что должно быть в результате, потерял логическую связку и т.д.

Затем преподаватель рассказывает о возможных *«общих»* и *«частных»* причинах возникновения трудностей при выполнении математических заданий. К *«общим»* причинам относят: неумение записывать схематично условие задачи и работать с ним; неумение искать аналогии и закономерности в формулировках задачи и методах их решения; неумение соотносить условия задачи с известными теоретическими положениями (искать и пользоваться формулами, определениями, правилами, теоремами, которые связывают данные в задаче); неумение логично рассуждать; неумение искать и исправлять собственные ошибки, неумение работать с готовыми примерами задач с решениями и т.д. *«Частные»* причины, относятся к конкретной теме: неумение строить график функции, незнание формул тригонометрии, неумение применять формулы сокращенного умножения для преобразования выражений и т.д.

Деятельность преподавателя по организации педагогической поддержки будет заключаться в следующем.

1. Формулируются затруднения каждого студента.
2. Озвучиваются приемы преодоления затруднений.
3. Обеспечивается возможность овладения этими примерами.

4. Используются такие формы, методы и средства обучения математической дисциплине, при которых предоставляется возможность уделить время каждому учащемуся.

5. Способствует плавному течению образовательного процесса, а именно, нет давления на студентов, умеренный темп коллективной и индивидуальной работы.

6. Используется технология полного усвоения понятий и умений (Введение – усвоение – закрепление – воспроизведение).

7. Применяются разнообразные контрольные мероприятия, которые в большей степени направлены на обучение самоконтролю. Преимущество отдается контрольно-обучающим мероприятиям, при которых студент имеет возможность получить помощь и консультацию преподавателя.

Педагогическая поддержка студентов, испытывающих трудности при изучении математических дисциплин направлена на обнаружение студентом своих проблем и приданием им развивающего характера путем превращения проблемы в конкретную задачу.

Для обучения процессу преодоления собственных познавательных затруднений, нами разработаны основные приемы преодоления затруднений при изучении математических дисциплин [68].

Главная методическая установка при развитии культуры мышления и преодолении проблемы слабой успеваемости – это понимание студентом того, что он изучает, и того, что с ним происходит в процессе этого изучения, выполняется на основании педагогической поддержки студентов.

Проблема формирования «частного» мировоззрения студентов тесно связана с подбором содержания обучения, на материале которого студент знакомится с практическими задачами и профессионально-ориентированными заданиями. Задача математических дисциплин в подготовке бакалавров акцентировать внимание на методе математического исследования объектов реальной действительности. Студенты-гуманитарии имеют слабые представления о прикладном значении математики в виду тех трудностей, которые сложились под влиянием школьного образования.

В практике обучения мы предусматриваем решение таких задач, которые демонстрируют студентам, в первую очередь, необходимость применения математического аппарата. Как например, в следующей ситуации: «Центром общественного мнения проводится опрос, выясняющий отношение россиян к рекламе (представляет данные опроса). Делается вывод о том, что половина из опрошенных граждан России не испытывает негативного отношения, что согласуется с мнением экспертов. Вопрос: как проверить, что полученные данные значимы и реально отражают отношение граждан к рекламе?».

Мы рассматриваем понятие финансовой грамотности с математической точки зрения, на примерах разрешения логических парадоксов оцениваем чувственное и рациональное в принятии решений каждым учащимся, математически описываем гуманитарные объекты в социогуманитарной деятельности, такие как *эффективность работы учителя, выявление факторов влияния на состояние общности людей, прогнозирование развития мнения и настроения людей и т.д.*

Формированию «частного» мировоззрения студентов-гуманитариев способствует работа с критически-ориентированными и профессиональными математическими текстами. Под «учебными математическими текстами» понимают специально разработанные для целей математических дисциплин тексты, которые представляют собой педагогически адаптированную информацию, взятую из различных источников: научные работы (диссертации, научные публикации), Интернет-ресурсы (блоги, социальные сети), научно-популярная литература [69]. В процессе работы нами предложены математические тексты: «Оценка рекламной деятельности в избирательной компании», «Быстрые деньги», «Работа с банками для открытия своего дела», «Оценка деятельности учителей», «Реальная вероятность попасть в авиакатастрофу» и т.д.

Для развития умения применять математический аппарат для моделирования гуманитарных объектов в нашей методике разработаны «контекстные задачи», т.е. модели реальных практических и профессионально-ориентированных задач из будущей профессиональной деятельности, адаптированных к учебному процессу. Методика работы с «контекстными задачами» позволит отобрать в содержание обучения только те разделы математики, которые наилучшим образом способствуют развитию компетенций студентов социогуманитарных профилей. В курсе математических дисциплин нами предложены следующие «контекстные задачи»:

- «Математическое описание результатов опроса с использованием аппарата теории множеств»;
- «Математическое описание взаимоотношений в группе с использованием аппарата теории графов»;
- «Моделирование процесса принятия оптимального решения с использованием аппарата теории графов и теории вероятностей»;
- «Статистическая обработка первичной информации по результатам наблюдений»;
- «Моделирование поведения двух людей в конфликтной ситуации (на примере развода)».

Без применения информационно-коммуникационных технологий решить предложенные задания студентам социогуманитарных профилей весьма затруднительно.

Активное использование средств информационных технологий позволяет оптимизировать процесс обучения математическим дисциплинам (Гусев О. Б., Гусева В. Е., Мединцева И. П., Петренкова С. Б., Потехина Е. В. и др.), делая обучение математике более активным, живым, современным. Применение ИКТ позволяет обеспечить студентов только необходимыми учебными ресурсами, дифференцировать и индивидуализировать обучение, сопроводить процесс обучения яркими полезными презентациями, облегчить процессы сложных математических вычислений.

Личностно-ориентированное взаимодействие преподавателя и студентов обеспечивается системами дистанционного обучения (MOODLE, Приметей, ОЛИМП: ОКС и др.) и популярными средствами общения (Вконтакте.ru, ru-ru.facebook.com, Whatsapp, Viber, Skype). Своевременная педагогическая поддержка обучения математике студентов социогуманитарных профилей разных форм обучения в любое время позволяет сделать курс более «насыщенным», использовать разные варианты заданий, разные формы подачи материала (чтение лекции, просмотр роликов, чтение статей). Регулярная обратная связь в виде форумов, чатов, личных сообщений позволит своевременно выявить трудности при изучении учебных модулей и скорректировать рабочую программу математических дисциплин [70].

Компьютерные математические пакеты («1С: Математический конструктор», «GeoGebra», «Математика» и др.), онлайн-калькуляторы (www.kontrolnaya-rabota.ru, math.semestr.ru, allcalc.ru и др.), мобильные приложения (Mathematics, iРешалка, MathHelper и др.), используемые при обучении математическим дисциплинам, позволяют сократить время на вычисления (комбинаторных соединений, вероятностей, описательных статистик), наглядно продемонстрировать зависимость (функциональную, статистическую, корреляционную), математически описать задачную ситуацию (с помощью систем линейных уравнений и неравенств, изобразить связи графами, диаграммами) [71].

Использование мобильных приложений для решения таких задач, как найти пределы функций, производные функции, интеграл от функции, представляющих определенную трудность для многих студентов, позволяет преподавателю акцентировать внимание студента на таких важных задачах. Мобильные приложения Mathematics, iРешалка, MathHelper и др. позволяют обобщать умение определять, что в задаче присутствует зависимость между множествами; переходить от одного способа задания функции к другому; определять область определения и множество значений; интерпретировать графики зависимостей между величинами, интерпретировать значения производной и интеграла по отношению к исходной функции [72].

На основании работ А. Е. Полички, М. И. Рагулиной приведем некоторые дидактические приемы, применение которых позволит сопроводить процесс обучения математических дисциплин студентов-гуманитариев:

— демонстрация математических объектов (множества, графы, матрицы, системы линейных уравнений и неравенств, функции и их графики);

— проверка решения, полученного обычным способом, и его графическая иллюстрация; одновременно показ различных (численных, аналитических или графических) способов решения;

— консультация с преподавателем на каждом этапе выполнения математического задания (анализ условия, поиск и выбор решения, проведение решения, оформление ответа);

— коллективное решение большой практической задачи на основе создаваемой математической модели, (основы математического моделирования гуманитарных объектов) [73; 74].

Наилучший результат достигается при проведении занятий в аудиториях, оборудованных проекторами и ноутбуками, что позволяет в полной мере использовать инструментальные технологии. Поводом для обращения к компьютерным математическим системам может послужить возникающая иногда слишком сложная вычислительная часть решения задачи, что весьма затрудняет процесс обучения математическим дисциплинам студентов-гуманитариев.

Самостоятельная работа студентов, особенно первокурсников, является приоритетной задачей преподавателя математики, поскольку как показывает опыт, студенты не готовы самостоятельно выполнять задания без «бдительного контроля» преподавателя. Сталкиваясь с трудностями, студенты оставляют попытки выполнить домашнее задание. В связи с этим на первом курсе рекомендуем пошаговые рекомендации по выполнению математических заданий.

Организация самостоятельной работы студентов включает отбор педагогом информационных технологий, которые способствуют повышению уровня математической подготовки (сайты по математике, онлайн калькуляторы), разрешению проблемных ситуаций (форумы), подготовке к занятиям и выполнению индивидуальных заданий (математические сайты с электронными книгами и справочниками, мобильные приложения по математике). Педагог, применяя информационные технологии, направляет студентов в нужном направлении, не позволяя им утонуть в море безграмотных рефератов и готовых работ с ошибками.

Приведем пример элемента учебного курса по «Математике» в системе Moodle. В каждой математической дисциплине, поддерживаемой информационными средствами системы Moodle представлены несколько обязательных блоков: организация курса, шаблон рабочей тетради в электронном виде, учебная литература, текущее состояние курса, в помощь студенту, зачет, Интернет-ресурсы по математической дисциплине, математические методы и модели в социогуманитарных исследованиях.

Организация курса как показано на рис. 7.3. и рис. 7.4. В данном блоке содержится ФГОС, рабочая программа дисциплины и комментарии преподавателя (вводная лекция, требования, пожелания).

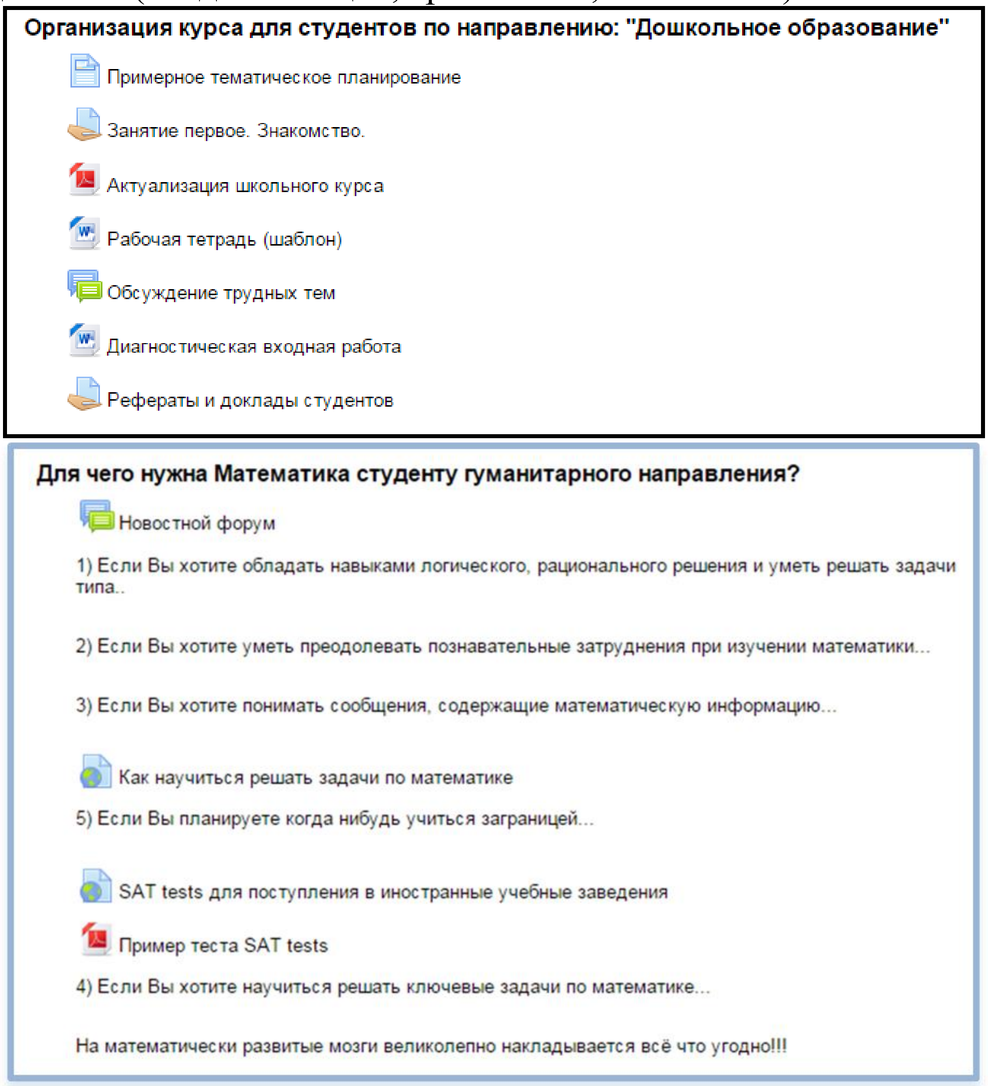

Рис. 7.3. Курс в системе Moodle

Блок «Учебная литература» содержит фрагменты учебной литературы, рекомендуемой преподавателем или ссылки на нее. Важно обеспечить студента разнообразной учебно-методической литературой с тем, чтобы он выбрал именно ту, которая наилучшим образом соответствует его индивидуальным особенностям и ресурсам.

Блок «Текущее состояние курса». Преподаватель комментирует проведенные занятия и составляет план на ближайшее занятие. Один из необходимых компонентов дистанционной образовательной технологии, так как позволяет реализовывать индивидуальную образовательную технологию каждого студента.

Блок «В помощь студенту», в котором преподаватель размещает материалы, направленные на обеспечение педагогический поддержки в преодолении познавательных затруднений студентов при изучении дисциплины, может содержать как методические разработки преподавателя, так и ссылки на интернет источники.

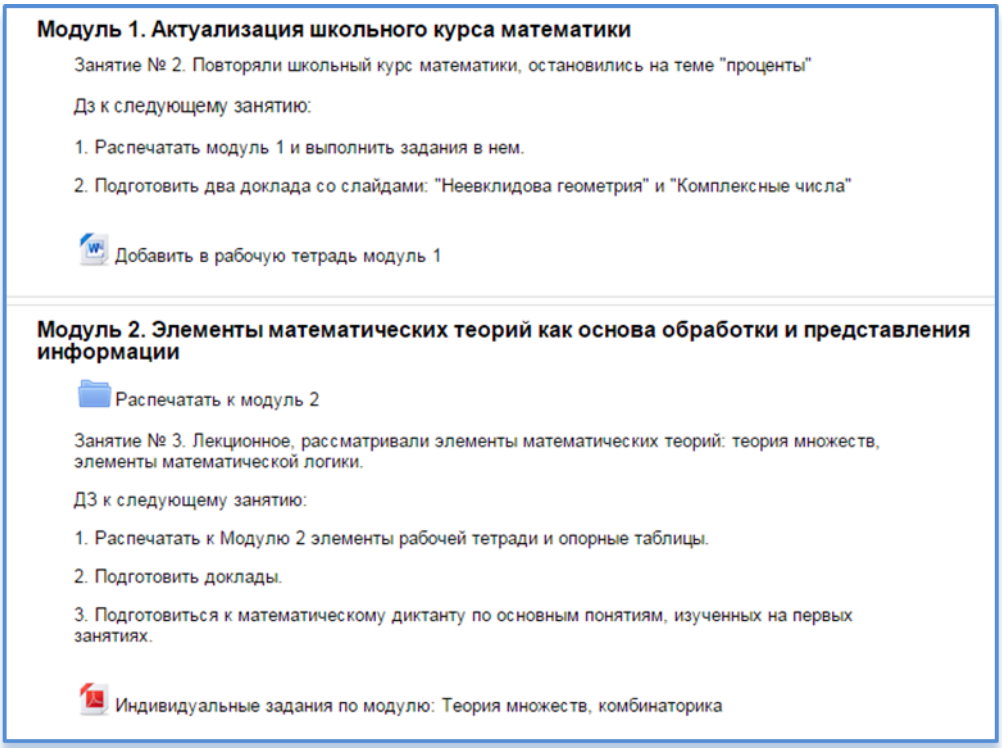

Рис. 7.4. Модули курса

Блок «Интернет-ресурсы» создается совместно со студентами. Первоначально блок содержит ссылки на рекомендуемые преподавателем онлайн калькуляторы, форумы по обсуждению математических задач, в процессе изучения дисциплины студенты самостоятельно наполняют этот блок, тем самым активизируется мировоззренческая активность и открытая познавательная позиция, по принципу «мне нравится, я полагаю и Вам будет полезно».

Блок «Математические методы и модели в социогуманитарных исследованиях» также наполняются совместно преподавателями и студентами, содержат основные течения в области применения математических методов: гиперссылки, статьи, формулы, обсуждения и т.д., как показано на рис. 7.5.

Возникает сложнейший методический вопрос организации контроля, который будет реально отражать развитие компетенций в процессе овладения математическими дисциплинами. Одним из стрежневых вопросов организации контроля является разработка контрольных мероприятий, позволяющих отслеживать динамику развития компетенций студентов. Контрольные мероприятия по математическим дисциплинам в высшем образовании условно можно разделить на контрольно-обучающие и контрольно-измерительные мероприятия, отличающиеся, главным образом, разной степенью участия преподавателя при оценивании результатов деятельности студента.

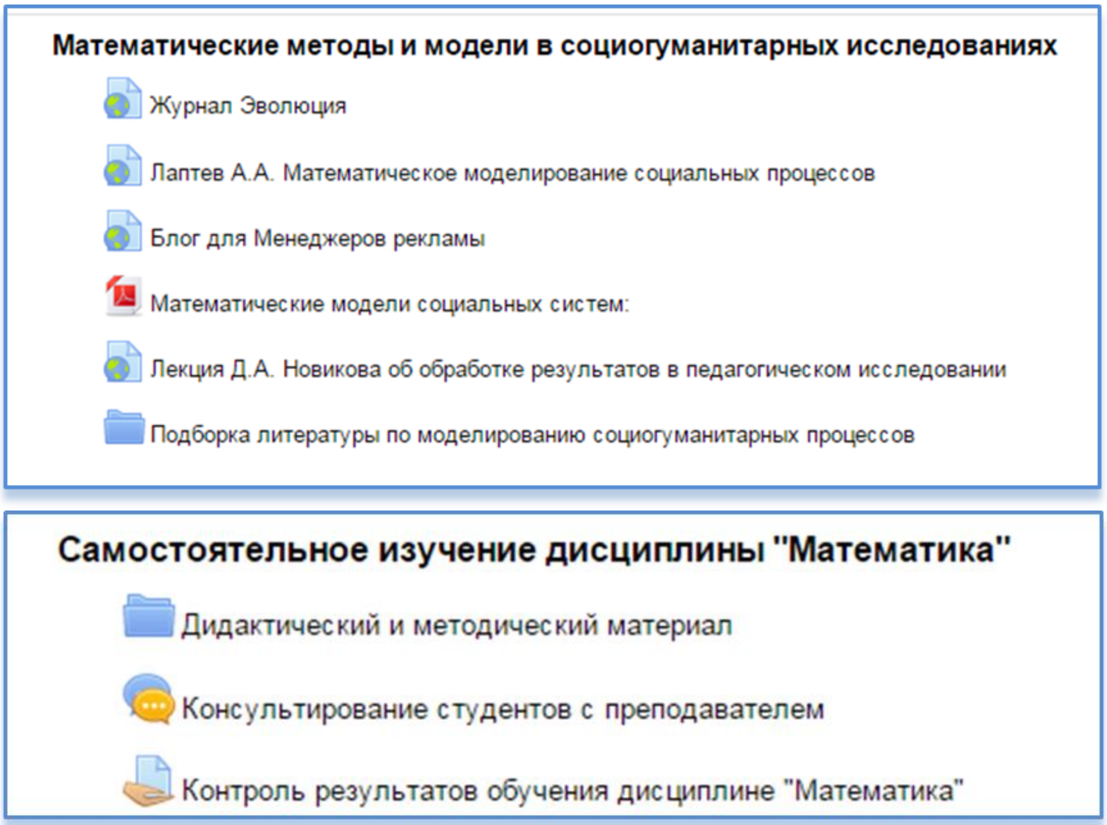

Рис. 7.5. Блоки курса

Контрольно-обучающие мероприятия (КОМ) по математическим дисциплинам – это элементы методического обеспечения, при которых студент может получать оперативную помощь преподавателя, к ним относятся: доклады, практикумы и проекты.

Контрольно-измерительные материалы (КИМ) – это элементы диагностической системы обучения, результаты проведения которых свидетельствуют об эффективности обучения математической дисциплины и о достигнутом уровне развития компонент компетенций. Для оценки уровня развития компонент компетенций используют математические диктанты, самостоятельные работы, контрольные работы, индивидуальные задания.

При оценивании контрольных мероприятий по математическим дисциплинам необходимо ввести систему дополнительных стимулирующих баллов: за оформление работы, за вовремя представленную преподавателю работу, за подробные комментарии, сопровождающие выполнение задания, за активную работу на занятиях, за консультационную работу со слабоуспевающими студентами, за самостоятельное выполнение задания, за нестандартное решение задачи, за самостоятельное обнаружение и исправление ошибок в выполнении заданий. С помощью системы дополнительных баллов с успехом реализуется и оценивается обучение студентов по индивидуальным траекториям.

Методика расчета результирующей оценки по дисциплине представляет собой простую сумму набранных баллов. Уровни качества образовательной деятельности студента распределяются следующим образом: критический уровень составляет менее 54 баллов; допустимый уровень до 81 баллов; оптимальный уровень достигается студентом не менее 81 баллов.

Организация контроля при обучении бакалавров математическим дисциплинам будет реально отражать достижение студентами образовательных результатов по математическим дисциплинам, если контрольные мероприятия составлены в соответствии с компетентностным подходом, с положениями личностно-ориентированного обучения, с правильным балансом между контрольно-измерительными и контрольно-обучающими мероприятиями, с прозрачной балльной системой оценивания [75].

Инновационные подходы были интегрированы в процесс обучения таких математических дисциплин как «Математика и статистика», «Математическая статистика», «Основы математической обработки данных», «Высшая математика» для студентов по направлению подготовки «Психология», «Социальная работа», «Педагогическое образование», «Реклама и связи с общественностью», «История», «Иностранный язык», «Менеджмент». В группах, в которых математические дисциплины были разработаны с учетом интеграции инновационных подходов, результаты обучения выше, чем в группах, в которых обучение шло традиционным путем.

Как показали наши исследования, интеграция традиционных и инновационных подходов является, во-первых, необходимым условием преодоления трудностей, сложившихся в практике математического образования студентов социогуманитарных профилей. Во-вторых, интеграция способствует реализации педагогического потенциала математических дисциплин, направленных на развитие компетенций студентов: *умение мыслить рационально при принятии решений, умение строить перспективные линии саморазвития на основании метакогнитивных знаний, умение видеть необходимость в применении математического аппарата, умение понимать и применять используемый в профессиональной деятельности математический аппарат*, повышая качество математического образования студентов-гуманитариев.

7.4. Выводы по главе 7

Таким образом, в рамках научного исследования по направлению «Методика обучения математическим дисциплинам в социогуманитарном образовании» был раскрыт авторский подход к повышению эффективности математического образования будущих «гуманитариев-обществоведов» за счет интеграции инновационных подходов к традиционной практике обучения математическим дисциплинам.

К инновационным подходам к математическому образованию «гуманитариев-обществоведов» будем относить такие подходы, которые содержат в себе новшество, способствующее улучшению отдельных частей и компонентов методической системы обучения математике. Инновационные подходы позволяют более четко определить цели обучения математике в соответствии с педагогическим потенциалом математических дисциплин, сформулировать принципы отбора содержания обучения математическим дисциплинам в соответствии дидактическими принципами обучения, выбрать подходящие формы, методы и средства обучения математике, позволяющие снизить «математическую тревожность» студентов, обучить их основам математического моделирования, *привить* желание использовать математические методы в исследовании гуманитарных объектов. Фокус методических систем обучения математическим дисциплинам студентов-гуманитариев должен быть направлен на обогащение ментального опыта каждого учащегося, а для этого необходима интеграция разных инновационных подходов к обучению.

Библиографические ссылки к главе 7

1. Пидкасистый П. И., Беляев В. И., Мижериков В. А. и др. Педагогика: уч. для студент. высш. учебных заведений / под ред. П. И. Пидкасистого. М.: Изд-во «Академия», 2010. 512 с.
2. Розов Н. Х. Гуманитарная математика // Математика в высшем образовании, 2003. №1. С. 53–62.
3. Шикин Е. В., Шикина Г. Е. Гуманитариям о математике. М.: URSS, 2009. 270 с.
4. Щербакова М. А. Три подхода к изучению математики на гуманитарных факультетах: материалы международной научно-практической конференции «Современные достижения в науке и образовании: математика и информатика», Архангельск, 1–5 февраля / Федер. агентство по образованию, Ком. по науке и проф. образованию Арханг. обл, Помор.гос. ун-т им. М. В. Ломоносова. Архангельск: КИРА, 2010. 668 с. С. 522–526.

5. Бондаренко И. И. Развитие математической компетентности студентов гуманитарных специальностей в практико-ориентированном обучении: автореф. … канд. пед. наук. Оренбург, 2007. 23 с.

6. Путилова Е. В. Формирование математической культуры студентов гуманитарных факультетов педагогических вузов как общедидактическая задача: автореф. … канд. пед. наук. Самара, 2004. 24 с.

7. Кислякова М.А. Возможности и структура педагогического потенциала математических дисциплин в подготовке бакалавров гуманитарных направлений // Вестник КГПУ им. Астафьева. 2016. № 1. С. 57–60.

8. Поличка А. Е., Кислякова М. А. Реализация педагогического потенциала математических дисциплин в подготовке бакалавров гуманитарных направлений // Педагогическая образование и наука. 2016. № 2. С. 114–116.

9. Кибальченко И. А. Психологические основы организации учебно-познавательного опыта обучающихся: монография / под ред. А. В. Непомнящего. М.: Изд-во «Кредо», 2010. 414 с.

10. Холодная М. А. Психология интеллекта: Парадоксы исследования. СПб.: Питер, 2002. 272 с.

11. Савин Е. Ю. Понятийный и метакогнитивный опыт как основа интеллектуальной компетентности: автореф. ... канд псих. наук. Москва, 2002. 22 с.

12. Локатова Н. П. Школьная неуспеваемость: причины, психокоррекция, психопрофилактика. СПб.: Питер, 2000. 368 с.

13. Киселева О. М. Применение методов математического моделирования в обучении: автореф. … канд. пед. наук. Смоленск, 2007. 19 с.

14. Степкина, М.А. О готовности первокурсников к изучению математики в вузе // Преподаватель XXI век. 2016. № 4. С. 211–219.

15. Там же.

16. Там же.

17. Смирнова А. С. Педагогическая поддержка студентов с трудностями в учении: автореф. … канд. пед. наук. Хабаровск, 2009. 22 с.

18. Распоряжение Правительства РФ от 08.12.2011 N 2227-р «Об утверждении Стратегии инновационного развития Российской Федерации на период до 2020 года»: [Электронный ресурс]. URL: http://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/70006124/ (дата обращения: 12.12.2017).

19. Кислякова М. А. Возможности и структура педагогического потенциала математических дисциплин в подготовке бакалавров гуманитарных направлений // Вестник КГПУ им. Астафьева. 2016. № 1. С. 57–60.

20. Вербицкий А.А. Новая образовательная парадигма и контекстное обучение: монография. М.: Исследовательский центр проблем качества подготовки специалистов, 1999. 75 с.

21. Интеграция инновационных подходов к обучению в математическом образовании: вопросы теории и практики: коллективная монография / под ред. О. Б. Епишевой. Тюмень: ТюмГНГУ, 2009. 200 с.

22. Романченко С. В. Новшества, нововведения, инновации: определения и сущность // Молодой ученый. 2012. № 4. С. 166–168. [Электронный ресурс]. URL https://moluch.ru/archive/39/4578/ (дата обращения: 07.02.2018).

23. Кларин М. В. Инновации в мировой педагогике: обучение на основе исследования, игры и дискуссии. (Анализ зарубежного опыта). Рига: НПЦ «Эксперимент», 1995. 176 с.

24. Гурье Л. И., Кирсанов А. А., Кондратьев В. В. Интегративные основы инновационного образовательного процесса в высшей профессиональной школе: монография / под ред. В.В. Кондратьева. М.: ВИНИТИ, 2006. 288 с.

25. Поздняк С. Н., Липухин Д. Н. Инновационные подходы в системе высшего педагогического образования как условие повышения его качества // Творческое наследие А. А. Посникова и современность. 2016. № 10. С. 188–201.

26. Челнокова Е.А., Григорян Н. М. Инновационные подходы к модернизации профессионального образования // Нижегородская наука. 2017. № 1. С. 80–89.

27. Интеграция инновационных подходов к обучению в математическом образовании: вопросы теории и практики: коллективная монография / под ред. О. Б. Епишевой. Тюмень: ТюмГНГУ, 2009. 200 с.

28. Поташев А. В., Поташева Е. В., Сулейманова Д. Ю. Интеграция математического моделирования и инновационных подходов к обучению в образовании: монография. Казань: Казанский кооперативный институт, 2015. 98 с.

29. Панов В. И. Психодидактика образовательных систем: теория и практика / В. И. Панов. СПб.: Питер, 2007. 352 с.

30. Хинчин А. Я. Педагогические статьи: Вопросы преподавания математики. Борьба с методическим штампами / под ред. Б. В. Гнеденко. –2-е изд-е, стереот. М.: КомКнига, 2006. 208 с.

31. Гельфман Э. Г. Психодидактика школьного учебника. Интеллектуальное воспитание учащихся. СПб.: Питер, 2006. 384 с.

32. Там же.

33. Карпов А. В. Психология метакогнитивных процессов личности / А. В. Каров, И. М. Скитяева. М.: Изд-во Института психологии РАН, 2005. 352 с.

34. Там же.

35. Липатникова И. Г. Рефлексивный подход к обучению математике учащихся начальной и основной школы в контексте развивающего обучения: дисс. …докт. пед. наук. Екатеринбург, 2005. 395 с.
36. Там же.
37. Карпов А. В., Скитяева И. М. Психология метакогнитивных процессов личности. М.: Изд-во Института психологии РАН, 2005. 352 с.
38. Звенигородская Г. П. Рефлексивное образование: феноменологический подход: монография. Хабаровск: ХГПУ, 2001. 350 с.
39. Арутюнян М. П. Мировоззрение и образование: становление новой парадигмы // Философия образования как философия человека: история и современность: сборник научных трудов. Хабаровск: Изд-во ХГПУ, 2005. С.10–21.
40. Там же.
41. Там же.
42. Жохов А. Л. Научные основы мировоззренчески направленного обучения математике в общеобразовательной и профессиональной школе: дис. ... док-ра пед. наук: М., 1999. 420 с.
43. Там же.
44. Касьян А. А. Контекст образования: наука и мировоззрение: монография. Н. Новгород: Изд-во НГПУ, 1996. 184 с.
45. Там же.
46. Новые ценности образования: тезаурус для учителей и школьных психологов. Вып. 1. / ред.-сост. Н. Б. Крылова. М.: ИПИ РАО, 1995. 113 с.
47. Сохранов-Преображенский В. В. Сущность личностно-ориентированного взаимодействия как основа формирования профессиональных компетенций студентов // Вестник Пензенского государственного университета. 2013. № 4. С. 8–11.
48. Сериков В. В. Общая педагогика: избранные лекции. Волгоград: Перемена, 2004. 278 с.
49. Там же.
50. Там же.
51. Газман О. С. Неклассическое воспитание: от авторитарной педагогики к педагогике свободы. М.: Мирос, 2002. 294 с.
52. Педагогический словарь / под ред. В. И. Загвязинского. М.: Академия, 2008. 352 с.
53. Вербицкий А. А. Новая образовательная парадигма и контекстное обучение: монография. М.: Исследовательский центр проблем качества подготовки специалистов, 1999. 75 с.
54. Вербицкий А. А., Калашников В. Г. Категория «контекст» в психологии и педагогике. М.: Логос, 2010. 300 с.
55. Там же.
56. Там же.

57. Красильникова В. А. Теория и технологии компьютерного обучения и тестирования: монография. М.: Дом педагогики, ИПК ГОУ ОГУ, 2009. 339 с.

58. Поличка А. Е. Подходы применения сетевой обучающей среды по использованию средств информационных и коммуникационных технологий в профессиональной деятельности // Образовательные технологии и общество. 2015. Т. 18. № 1. С. 427–439.

59. Поличка А. Е. Технологическая подготовка методических систем в информационно-коммуникационных предметных средах: монография. Хабаровск : Изд-во Тихоокеан. гос. ун-та, 2017. 168 с.

60. Щербакова М. А. Анализ теории и практики обучения математике студентов гуманитарных специальностей // Материалы 13 Краевого конкурса молодых ученых и аспирантов 14-25 января 2011 г.: в 2 т. Хабаровск: Изд-во Тихоокеан. гос. ун-та, 2011. Т.1. С. 302–306.

61. Там же.

62. Ням Нгок Тан. Развитие познавательной самостоятельности студентов-гуманитариев в обучении математике средствами наглядного моделирования: автореф. …. канд. пед. наук. Ярославль, 2014. 26 с.

63. Якиманская И. С. Педагогическая психология (основные проблемы). М.: Изд.-во Московского психолого-социального института; Воронеж: Изд-во НПО «МОДЭК», 2008. 648 с.

64. Буренкова Н. В. Моделирование как способ формирования обобщенного умения решать задачи: автореф. … канд. пед. наук. М., 2009. 24 с.

65. Фридман Л. М. Теоретические основы методики обучения математики: учебное пособие. 3-е изд-е. М.: Книжный дом «Либроком», 2009. 248 с.

66. Фейнман Р. Характер физических законов. М.: Мир, 1968. 232 с.

67. Парыгина С. А. Психолого-педагогические условия преодоления трудностей, возникающих у студентов вузов при обучении математике (на примере специальности «психология»): автореф. ... канд. психол. наук. Курск, 2011. 25 с.

68. Кислякова М. А. Педагогическая поддержка студентов, испытывающих трудности при изучении математических дисциплин, как фактор развития компетенций бакалавров // Открытый урок. Обучение, воспитание, развитие, социализация. [Электронный ресурс]. URL: https://open-lesson.net/5657. (дата обращения: 12.02.2018).

69. Кислякова М. А. Оптимизация возможностей математических дисциплин на основе информационно-коммуникационных технологий: материалы международной науч.-практ. конференции «Информатизация образования», г. Омск, 18-19 ноября 2016 г. Омск: Изд-во ОмГПУ, 2016. С. 135–137.

70. Кислякова М. А. Применение компьютера в обучении математическим дисциплинам бакалавров гуманитарных направлений: материалы I Международной научной конференции в рамках IV Международного научно-образовательного форума «Человек, семья и общество: история и перспективы развития», Красноярск 27–30 сентября 2016 г. Красноярск: Сиб. федер. ун-т, 2016. С. 204–209 с.

71. Там же.

72. Кислякова М. А. Мобильная математика International scientific-practical congress of teachers and psychologists «The generation of scientific ideas» the 17–18th of February, 2015, Geneva (Switzerland) / Publishing Center of the European Association of pedagogues and psychologist “Science”? Geneva, 2015. С. 76–82.

73. Поличка А. Е. Технологическая подготовка методических систем в информационно-коммуникационных предметных средах: монография. Хабаровск: Изд-во Тихоокеан. гос. ун-та, 2017. 168 с.

74. Лапчик М. П., Рагулина М. И. Математическое образование в условиях информатизации // Вестник российского университета дружбы народов. Серия: Информатизация образования. 2009. № 4. С. 12–19.

75. Кислякова М. А. Виды контрольных мероприятий по математическим дисциплинам // Непрерывная предметная подготовка в контексте педагогических инноваций: сборник научных трудов XII Международной заочной научно-методической конференции. Саратов: Изд-во СРОО «Центр Просвещение», 2016. С. 216–219.

ГЛАВА 8
ИНФОРМАЦИОННАЯ БЕЗОПАСНОСТЬ В ГУМАНИТАРНОМ ОБРАЗОВАНИИ

В. А. Казинец*

** Кандидат физико-математических наук, заведующий кафедрой математики и информационных технологий.*
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Тихоокеанский государственный университет», г. Хабаровск

8.1. Понятие информационной безопасности

Словосочетание «информационная безопасность» в разных контекстах может иметь различный смысл.

В Доктрине Информационной безопасности РФ (9 сентября 2000 г. № Пр–1895) данный термин используется в широком смысле: состояние защищенности национальных интересов в информационной сфере, определяемых совокупностью сбалансированных интересов личности, общества и государства [2].

Информационная безопасность является одним из важнейших аспектов интегральной безопасности на любом уровне – национальном, отраслевом, корпоративном или персональном.

При анализе проблематики, связанной с информационной безопасностью, необходимо учитывать, что информационная безопасность есть составная часть информационных технологий – области, развивающейся беспрецедентно высокими темпами. Здесь важны не столько отдельные решения (законы, учебные курсы, программно-технические изделия), находящиеся на современном уровне, сколько механизмы генерации новых решений, позволяющие жить в темпе технического прогресса.

К сожалению, современная технология программирования не позволяет создавать безошибочные программы, что не способствует быстрому развитию средств обеспечения информационной безопасности. Следует исходить из того, что необходимо конструировать надежные системы информационной безопасности с привлечением ненадежных компонентов и программ.

Под информационной безопасностью будем понимать защищенность информации и поддерживающей инфраструктуры от случайных или преднамеренных воздействий естественного или искусственного характера, которые могут нанести неприемлемый ущерб субъектам информационных отношений, в том числе владельцам и пользователям информации.

Защита информации – это комплекс мероприятий, направленных на обеспечение информационной безопасности.

Угрозы информационной безопасности – это оборотная сторона использования информационных технологий.

Возвращаясь к вопросам терминологии, термин «компьютерная безопасность» (как эквивалент или заменитель ИБ) представляется слишком узким. Компьютеры – только одна из составляющих информационных систем, безопасность информации определяется всей совокупностью составляющих и, в первую очередь, самым слабым звеном, которым в подавляющем большинстве случаев оказывается человек.

Согласно определению информационной безопасности, она зависит не только от компьютеров, но и от поддерживающей инфраструктуры, к которой можно отнести системы электроснабжения, кондиционеры, средства коммуникации и конечно, обслуживающий персонал.

8.2. Основные составляющие информационной безопасности

Информационная безопасность – многогранная, можно даже сказать многомерная область деятельности, в которой успех может принести только системный, комплексный подход [3].

Спектр интересов субъектов, связанных с использованием информационных систем, можно разделить на следующие категории: обеспечение доступности; обеспечение целостности; обеспечение конфиденциальности информационных ресурсов и поддерживающей инфраструктуры.

Поясним понятия доступности, целостности, конфиденциальности.

Доступность – это возможность за приемлемое время получить требуемую информационную услугу.

Особенно ярко ведущая роль доступности проявляется в разного рода системах управления – производством, транспортом и т.д. (Пример: доступность информационных услуг, которыми пользуется большинство людей: продажа железнодорожный и авиабилетов, банковские услуги и т.п.)

Целостность – актуальность и непротиворечивость информации, ее защищенность от разрушения и несанкционированного изменения.

Целостность можно подразделить на *статическую* (понимаемую как неизменность информационных объектов) и *динамическую* (относящуюся к корректному выполнению сложных действий)

Целостность оказывается важнейшим аспектом информационной безопасности в тех случаях, когда информация служит «руководством к действию». Рецептура лекарств, предписанные медицинские процедуры, набор и характеристики комплектующих изделий, ход технологического процесса – все это примеры информации, нарушение целостности которой может оказаться в буквальном смысле смертельным.

Конфиденциальность – защита от несанкционированного доступа к информации.

Конфиденциальность – самый проработанный у нас в стране аспект информационной безопасности. К сожалению, практическая реализация мер по обеспечению конфиденциальности современных информационных систем наталкивается в России на серьезные трудности. Во-первых, сведения о технических каналах утечки информации являются закрытыми, так что большинство пользователей лишено возможности составить представление о потенциальных рисках. Во-вторых, на пути пользовательской криптографии как основного средства обеспечения конфиденциальности стоят многочисленные законодательные препоны и технические проблемы.

Знание возможных угроз, а также уязвимых мест защиты, которые эти угрозы обычно эксплуатируют, необходимо для того, чтобы выбирать наиболее экономичные средства обеспечения безопасности.

8.3. Основные определения и критерии классификации угроз

Угроза – это потенциальная возможность определенным образом нарушить информационную безопасность [4].

Попытка реализации угрозы называется атакой, а тот, кто предпринимает такую попытку – злоумышленником. Потенциальные злоумышленники называются источниками угрозы.

Чаще всего угроза является следствием наличия уязвимых мест в защите информационных систем (таких, например, как возможность доступа посторонних лиц к критически важному оборудованию или ошибки в программном обеспечении).

Промежуток времени от момента, когда появляется возможность использовать слабое место, и до момента, когда пробел ликвидируется, называется окном опасности, ассоциированным с данным уязвимым местом. Пока существует окно опасности, возможны успешные атаки на информационную систему.

Отметим, что некоторые угрозы нельзя считать следствием каких-то ошибок или просчетов; они существуют в силу самой природы современных ИС. Например, угроза отключения электричества или выхода его параметров за допустимые границы существует в силу зависимости аппаратного обеспечения информационной системы от качественного электропитания.

Рассмотрим наиболее распространенные угрозы, которым подвержены современные информационные системы.

Угрозы можно классифицировать по нескольким критериям:

– по аспекту информационной безопасности (доступность, целостность, конфиденциальность), против которого угрозы направлены в первую очередь;

– по компонентам информационных систем, на которые угрозы нацелены (данные, программы, аппаратура, поддерживающая инфраструктура);

– по способу осуществления (случайные/преднамеренные действия природного/техногенного характера);

– по расположению источника угроз (внутри/вне рассматриваемой ИС).

В качестве основного критерия мы будем использовать первый (по аспекту информационной безопасности), привлекая при необходимости остальные.

Распространенные угрозы доступности

Самыми частыми и самыми опасными (с точки зрения размера ущерба) являются непреднамеренные ошибки штатных пользователей, операторов, системных администраторов и других лиц, обслуживающих информационные системы.

Иногда такие ошибки и являются собственно угрозами (неправильно введенные данные или ошибка в программе, вызвавшая крах системы), иногда они создают уязвимые места, которыми могут воспользоваться злоумышленники (таковы обычно ошибки администрирования). По некоторым данным, до 65 % потерь – следствие непреднамеренных ошибок.

Пожары и наводнения не приносят столько бед, сколько безграмотность и небрежность в работе.

Очевидно, самый радикальный способ борьбы с непреднамеренными ошибками – максимальная автоматизация и строгий контроль.

Другие *угрозы* доступности классифицируем по компонентам информационной системы, на которые нацелены *угрозы*:

– отказ пользователей;

– внутренний отказ информационной системы;

– отказ поддерживающей инфраструктуры.

Обычно применительно *к пользователям* рассматриваются следующие угрозы:

– нежелание работать с информационной системой (чаще всего проявляется при необходимости осваивать новые возможности и при расхождении между запросами пользователей и фактическими возможностями и техническими характеристиками);

– невозможность работать с системой в силу отсутствия соответствующей подготовки (недостаток общей компьютерной грамотности, неумение интерпретировать диагностические сообщения, неумение работать с документацией и т.п.);

– невозможность работать с системой в силу отсутствия технической поддержки (неполнота документации, недостаток справочной информации и т.п.).

Основными источниками *внутренних отказов* являются:

– отступление (случайное или умышленное) от установленных правил эксплуатации;

– выход системы из штатного режима эксплуатации в силу случайных или преднамеренных действий пользователей или обслуживающего персонала (превышение расчетного числа запросов, чрезмерный объем обрабатываемой информации и т.п.);

– ошибки при (пере)конфигурировании системы;

– отказы программного и аппаратного обеспечения;

– разрушение данных;

– разрушение или повреждение аппаратуры.

По отношению к *поддерживающей инфраструктуре* рекомендуется рассматривать следующие угрозы:

– нарушение работы (случайное или умышленное) систем связи, электропитания, водо- и/или теплоснабжения, кондиционирования;

– разрушение или повреждение помещений;

– невозможность или нежелание обслуживающего персонала и/или пользователей выполнять свои обязанности (гражданские беспорядки, аварии на транспорте, террористический акт или его угроза, забастовка и т.п.).

Весьма опасны так называемые «обиженные» сотрудники – нынешние и бывшие. Как правило, они стремятся нанести вред организации-«обидчику», например:

– испортить оборудование;

– встроить логическую бомбу, которая со временем разрушит программы и/или данные;

– удалить данные.

Обиженные сотрудники, даже бывшие, знакомы с порядками в организации и способны нанести немалый ущерб. Необходимо следить за тем, чтобы при увольнении сотрудника его права доступа (логического и физического) к информационным ресурсам аннулировались.

Опасны, разумеется, стихийные бедствия и события, воспринимаемые как стихийные бедствия – пожары, наводнения, землетрясения, ураганы. По статистике, на долю огня, воды и тому подобных «злоумышленников» (среди которых самый опасный – перебой электропитания) приходится 13 % потерь, нанесенных информационным системам.

Некоторые примеры угроз доступности

Угрозы доступности могут выглядеть грубо – как повреждение или даже разрушение оборудования (в том числе носителей данных). Такое повреждение может вызываться естественными причинами (чаще всего – грозами). К сожалению, находящиеся в массовом использовании источники бесперебойного питания не защищают от мощных кратковременных импульсов, и случаи выгорания оборудования – не редкость [5].

В принципе, мощный кратковременный импульс, способный разрушить данные на магнитных носителях, можно сгенерировать и искусственным образом – с помощью, так называемых, высокоэнергетических радиочастотных пушек. Но, наверное, в наших условиях подобную угрозу следует все же признать надуманной.

Общеизвестно, что периодически необходимо производить резервное копирование данных. Однако даже если это предложение выполняется, резервные носители зачастую хранят небрежно (к этому мы еще вернемся при обсуждении угроз конфиденциальности), не обеспечивая их защиту от вредного воздействия окружающей среды. И когда требуется восстановить данные, оказывается, что эти самые носители никак не желают читаться.

Программные атаки на доступность

В качестве средства вывода системы из штатного режима эксплуатации может использоваться агрессивное потребление ресурсов (обычно – полосы пропускания сетей, вычислительных возможностей процессоров или оперативной памяти). По расположению источника угрозы такое потребление подразделяется на локальное и удаленное. При просчетах в конфигурации системы локальная программа способна практически монополизировать процессор и/или физическую память, сведя скорость выполнения других программ к нулю.

Простейший пример удаленного потребления ресурсов – атака, получившая наименование «SYN-наводнение». Она представляет собой попытку переполнить таблицу «полуоткрытых» TCP-соединений сервера (установление соединений начинается, но не заканчивается). Такая атака затрудняет установление новых соединений со стороны легальных пользователей, то есть сервер выглядит как недоступный.

По отношению к атаке «Papa Smur» уязвимы сети, воспринимающие ping-пакеты с широковещательными адресами. Ответы на такие пакеты «съедают» полосу пропускания.

Удаленное потребление ресурсов в последнее время проявляется в особенно опасной форме – как скоординированные распределенные атаки, когда на сервер с множества разных адресов с максимальной скоростью направляются вполне легальные запросы на соединение и/или обслуживание. Временем начала «моды» на подобные атаки можно считать февраль 2000 г., когда жертвами оказались несколько крупнейших систем электронной коммерции (точнее – владельцы и пользователи систем). Отметим, что если имеет место архитектурный просчет в виде разбалансированности между пропускной способностью сети и производительностью сервера, то защититься от распределенных атак на доступность трудно.

Вредоносное программное обеспечение

Одним из опаснейших способов проведения атак является внедрение в атакуемые системы вредоносного программного обеспечения.

Мы выделим следующие грани вредоносного программного обеспечения:

– вредоносная функция;

– способ распространения;

– внешнее представление.

По механизму распространения различают:

– вирусы – код, обладающий способностью к распространению (возможно, с изменениями) путем внедрения в другие программы;

– «черви» – код, способный самостоятельно, то есть без внедрения в другие программы, вызывать распространение своих копий по ИС и их выполнение (для активизации вируса требуется запуск зараженной программы).

Вирусы обычно распространяются локально, в пределах узла сети; для передачи по сети им требуется внешняя помощь, такая как пересылка зараженного файла. «Черви», напротив, ориентированы в первую очередь на путешествия по сети.

Иногда само распространение вредоносного ПО вызывает агрессивное потребление ресурсов и, следовательно, является *вредоносной функцией*.

Вредоносный код, который выглядит как функционально полезная программа, называется троянским. Например, обычная программа, будучи пораженной вирусом, становится троянской; порой троянские программы изготавливают вручную.

Таким образом, действие вредоносного ПО может быть направлено не только против доступности, но и против других основных аспектов информационной безопасности.

Основные угрозы целостности

На втором месте по размерам ущерба (после непреднамеренных ошибок и упущений) стоят кражи и подлоги [6].

В большинстве случаев виновниками оказываются штатные сотрудники организаций, отлично знакомые с режимом работы и мерами защиты.

С целью нарушения статической целостности злоумышленник (как правило, штатный сотрудник) может:

– ввести неверные данные;

– изменить данные.

Иногда изменяются содержательные данные, иногда – служебная информация.

Угрозой целостности является не только фальсификация или изменение данных, но и отказ от совершенных действий. Если нет средств обеспечить «неотказуемость», компьютерные данные не могут рассматриваться в качестве доказательства.

Потенциально уязвимы с точки зрения нарушения целостности не только данные, но и программы. Внедрение рассмотренного выше вредоносного ПО – пример подобного нарушения.

Угрозами динамической целостности являются нарушение атомарности транзакций, переупорядочение, кража, дублирование данных или внесение дополнительных сообщений (сетевых пакетов и т.п.). Соответствующие действия в сетевой среде называются активным прослушиванием.

Основные угрозы конфиденциальности

Конфиденциальную информацию можно разделить на предметную и служебную.

Служебная информация (например, пароли пользователей) в информационной системе играет техническую роль, но ее раскрытие особенно опасно, поскольку оно чревато получением несанкционированного доступа ко всей информации [7].

Даже если информация хранится в компьютере или предназначена для компьютерного использования, угрозы ее конфиденциальности могут носить некомпьютерный и вообще нетехнический характер.

Многим людям приходится выступать в качестве пользователей не одной, а целого ряда систем (информационных сервисов). Если для доступа к таким системам используются многоразовые пароли или иная конфиденциальная информация, то наверняка эти данные будут храниться не только в голове, но и в записной книжке или на листках бумаги, которые пользователь часто оставляет на рабочем столе. Невозможно помнить много разных паролей; рекомендации по их регулярной (по возможности – частой) смене только усугубляют положение, заставляя применять несложные схемы чередования или вообще стараться свести дело к двум-трем легко запоминаемым (и столь же легко угадываемым) паролям.

Описанный класс уязвимых мест можно назвать размещением конфиденциальных данных в среде, где им не обеспечена (зачастую – и не может быть обеспечена) необходимая защита.

Помимо паролей, хранящихся в записных книжках пользователей, в этот класс попадает передача конфиденциальных данных в открытом виде (в разговоре, в письме, по сети), которая делает возможным перехват данных. Для атаки могут использоваться разные технические средства (подслушивание или прослушивание разговоров, пассивное прослушивание сети и т.п.), но идея одна – осуществить доступ к данным в тот момент, когда они наименее защищены.

Угрозу перехвата данных следует принимать во внимание не только при начальном конфигурировании ИС, но и, что очень важно, при всех изменениях. Опасной угрозой являются выставки, на которые многие организации, недолго думая, отправляют оборудование из производственной сети, со всеми хранящимися на них данными. Остаются прежними пароли, при удаленном доступе они продолжают передаваться в открытом виде.

Еще один пример изменения, о котором часто забывают – хранение данных на резервных носителях. Для защиты данных на основных носителях применяются развитые системы управления доступом; копии же нередко просто лежат в шкафах и получить доступ к ним могут многие.

Перехват данных – очень серьезная угроза, и если конфиденциальность действительно является критичной, а данные передаются по многим каналам, их защита может оказаться весьма сложной и дорогостоящей. Технические средства перехвата хорошо проработаны, доступны, просты в эксплуатации, а установить их, например на кабельную сеть, может кто угодно, так что эту угрозу нужно принимать во внимание по отношению не только к внешним, но и к внутренним коммуникациям.

Кражи оборудования являются угрозой не только для резервных носителей, но и для компьютеров, особенно портативных. Часто ноутбуки оставляют без присмотра на работе или в автомобиле, иногда просто теряют.

Опасной нетехнической угрозой конфиденциальности являются методы морально-психологического воздействия, такие как маскарад – выполнение действий под видом лица, обладающего полномочиями для доступа к данным.

К неприятным угрозам, от которых трудно защищаться, можно отнести злоупотребление полномочиями. На многих типах систем привилегированный пользователь (например, системный администратор) способен прочитать любой (незашифрованный) файл, получить доступ к почте любого пользователя и т.д. Другой пример – нанесение ущерба при сервисном обслуживании. Обычно сервисный инженер получает неограниченный доступ к оборудованию и имеет возможность действовать в обход программных защитных механизмов.

Таковы основные угрозы, которые наносят наибольший ущерб субъектам информационных отношений.

8.4. Гуманитарное образование и информационная безопасность

В истории развития цивилизации произошло несколько информационных революций, обусловленных кардинальными изменениями в сфере обработки информации [8]. Следствием этих преобразований стали важные качественные изменения человеческого общества. Последняя информационная революция выдвигает на первый план новую отрасль – информационную индустрию, связанную с производством технических средств, методов, технологий для распространения новых знаний.

Прогресс компьютерных информационных технологий, коммуникационных систем, электронных средств массовой информации и т.п. затрагивает уже сегодня жизненные интересы каждого конкретного человека. Информационная сфера опирается на информационные технологии, которые должны обеспечить доступность, целостность и конфиденциальность информации. В связи с этим обычно выделяют три уровня формирования режима информационной безопасности:

– законодательно-правовой;
– административный (организационный);
– программно-технический.

По первому пункту участники парламентских слушаний полагают, что в данной сфере имеются следующие проблемы [9]:

– низкая грамотность детей в вопросах безопасного поведения в интернет-пространстве;

– необходимость повышения степени вовлеченности родителей в обеспечение детской безопасности в сети Интернет.

В течение 2015–2016 гг. мы проводили анкетирование студентов педагогического направления и преподавателей гуманитарного профиля по вопросам обеспечения информационной безопасности [10].

Нас интересовали следующие вопросы: современное состояние информационной безопасности, Internet и проблема информационной безопасности детей, образование и информационная безопасность.

Предложенная анкета «Информационные войны – информационная безопасность: а что – образование?» содержала три вопроса, ответы на которые помогли авторам понять, как педагоги объясняют актуальность проблемы обеспечения информационной безопасности личности и общества и насколько они знакомы с деятельностью РФ по ее обеспечению. С какими проблемами сталкивается человек, живущий в информационном пространстве РФ. Какие вопросы, связанные с информационной безопасностью, необходимо рассматривать в рамках программ повышения квалификации.

Отвечая на один из вопрос анкеты, преподаватели указали законы, с которыми знакомы и руководствуются ими в профессиональной деятельности:

90 % респондентов отмечают закон о персональных данных;

26 % – закон об авторском праве и смежных правах;

12 % – закон о защите детей от информации, причиняющей вред их здоровью и развитию.

Следует отметить, что основная часть опрошенных не имела представление о законах, которые определяют развитие информационного пространства РФ, о законах, которые регламентируют жизнь в этом информационном пространстве и обеспечивают личную информационную безопасность.

Опрошенные были поверхностно знакомы с законом о персональных данных [11] и то в силу того, что приходится подписывать соглашение об обработке их персональных данных при устройстве на работу, при поступлении в вуз и при работе с финансовыми учреждениями.

Большая часть опрошенных была не знакома с законом «О защите детей от информации, причиняющей вред их здоровью и развитию»[12]. При всех своих недостатках этот закон регламентирует взаимоотношения между обществом и детьми в области информационной безопасностью, взрослым и особенно учителям необходимо его знать.

Так как все опрошенные имели опыт работы в социальных сетях и в сети Internet, то на вопрос об угрозах информации все отметили хищение (копирование) информации, уничтожение информации, модификацию (искажение) информации, нарушение доступности (блокирование) информации, отрицание подлинности информации, навязывание ложной информации.

Наиболее сложным оказался вопрос, в котором требовалось высказать свое мнение о содержании курсов по информационной безопасности личности. 70 % опрошенных не ответили на этот вопрос, а основная масса предложений сводилась к борьбе с вирусами и сохранению конфиденциальности личной информации. Следует отметить, что часть опрошенных, обратила внимание на интернет-зависимость, на преступления, совершаемые в сети, на незащищенность детей от негативного влияния информации представленной в сети. Проведенный опрос показал, что учителя гуманитарного профиля недостаточно знакомы с проблемами и правилами жизни в информационном обществе.

При опросе и работе со студентами старших курсов педагогического и гуманитарного направления у авторов сложилось устойчивое мнение, что в современных условиях студенты осваивают существующее информационное пространство самостоятельно. Все правила и законы поведения в этой среде они получают путем проб и ошибок. При этом они убеждены, что их личная информация, представленная в сетевых сообществах, не представляет интереса для окружающего мира и не может быть использована им во вред.

В законодательно-правовой области их интерес вызвали: закон о персональных данных и его применение в конкретных ситуациях; закон «Об авторском праве и смежных правах» №72-ФЗ от 20.07.2004 [13], который определяет, на какие информационные ресурсы они имеют права и как эти права защищены;

Студенты педагогических специальностей, кто собирается работать с детьми, проявили интерес к закону «О защите детей от информации, причиняющей вред их здоровью и развитию» № 438–ФЗ от 29.12.2010 г. (редакция от 29.06.2015 г.) [14].

Следует отметить, что их в первую очередь интересовало практическое применение этих законов. Наименьший интерес был проявлен к административному режиму формирования информационной безопасности.

На наш взгляд целесообразно в этом разделе участникам эксплуатации информационных систем познакомится с законами «О государственной тайне», «О коммерческой тайне», «Об электронной числовой подписи», «Об авторском праве и смежных правах». Целесообразно разработать дополнительные профессиональные программы для педагогических работников, использующих информационные технологии в своей практической деятельности, в рамках которых можно повысить их законодательно-правовую грамотность в данной области.

Интересы студентов и преподавателей связаны с вирусами и антивирусными программами, заметим, что студенты достаточно хорошо знакомы с антивирусными программами и их характеристиками.

Живой интерес вызвали вопросы информационной безопасности при работе в сети Internet. Выяснилось, что все достаточно хорошо знакомы с киберпреступлениями, мошенничеством в сети, преследованием в социальных сетях и так далее. При рассмотрении частных примеров выяснилось, что никто не знает, как выйти из сложившейся ситуации, какие действия и в какой последовательности необходимо произвести, чтобы выйти из ситуации без потерь. Наши коллеги историки, во время опроса учителей гуманитарного профиля, провели опросы и обсуждение информационных войн, как в прошлом, так и в настоящее время, и обратили внимание на существенные изменения методов их проведения, вызванные современным состоянием информационных технологий.

В процессе работы по изучению уровня знаний людей с гуманитарным образованием в области информационной безопасности мы пришли к выводу, что необходимо организовать их обучение в рамках специальных курсов и включить в этот курс следующие модули:

1. Нормативно-правовой модуль, содержащий те законы, которые применяются и используются в обыденной жизни в современном информационном обществе с примерами их применения;

2. Административный модуль, отражающий правила и нормы поведения гражданина во время работы в организации или учреждении с современными информационными системами;

3. Программно-технический модуль, в рамках которого необходимо ознакомить обучаемых с современными программно-техническими средствами обеспечивающих информационную безопасность пользователя.

Необходимо развивать критическое мышления у студентов и преподавателей. Дэвид Клустер считает, что:

– Во-первых, критическое мышление есть мышление самостоятельное;

– Во-вторых, информация является отправным, а отнюдь не конечным пунктом критического мышления. Знание создает мотивировку, без которой человек не может мыслить критически;

– В-третьих, критическое мышление начинается с постановки вопросов и уяснения проблем, которые нужно решить;

– В-четвертых, критическое мышление стремится к убедительной аргументации;

– В-пятых, критическое мышление есть мышление социальное [16].

Чтобы быть независимым от информации, нужно:

Прежде всего, обратить внимание на источник информации (речь идет об Интернете). Разумеется, сайт МГУ, различных его факультетов внушает доверие в части научной достоверности информации. Тоже следует сказать о порталах «Федерации «Интернет образования»», Министерства образования, институтов РАО, ведущих университетов страны, мира.

Нужно смотреть, кто является автором публикации: известный ученый, имеющий собственные печатные работы, проверенные временем, или неизвестный автор, работ которого вы не знаете.

Если речь идет о публицистике, опять же следует обратить внимание на репутацию источника, принадлежность определенной культурной, политической, а, возможно, и конфессиональной среде.

Другими словами, необходимо удостовериться в надежности (научной, культурной), объективности (в том числе, исторической) предлагаемой информации. Для этого необходимо обладать знаниями, уметь сопоставлять предлагаемую информацию с ранее известной вам информацией, излагаемой другими авторами. *Кроме того, важно:*

– подходить к анализу любой информации с позиции общечеловеческих ценностей и морали;

– научиться отделять факты от мнений: факты можно проверить, мнения всегда субъективны;

– научиться видеть эмоциональную окрашенность предлагаемой информации, чтобы иметь отделить эмоции от фактов и не поддаваться эмоциональному воздействию;

– рассматривать проблему с разных сторон, а не только с позиции автора, находить новые ракурсы, с которых ее никто еще не рассматривал;

– устанавливать взаимосвязь явлений; связывать разнородные объекты;

– объединять противоположности, стараясь найти дополнительные аспекты рассмотрения проблемы;

– обобщать полученную информацию и делать выводы, принимать решения;

– уметь оценить полученную информацию по совокупности проведенного анализа;

– уметь прогнозировать последствия принятого вами решения.

Всем этим базовым умениям работы с информацией необходимо обучать учащихся, начиная с начальной школы.

То есть, каждый пользователь информации из сети должен обладать медиа-грамотностью, правильно использовать инструменты, открывающие доступ к информации, обладать развитым критическим мышлением, коммуникативными навыками и помнить об информационной безопасности.

При этом органы образования должны разработать и внедрить методические материалы посвященные привитию навыков грамотного и культурного общения и других коммуникаций в сети Интернет, в рамках учебных дисциплин. Привлечь к анализу образовательного контента педагогическую общественность. Рассмотреть возможность создания на базе педагогических высших учебных заведений центров изучения проблем современной молодежи, направленных на разработку новых методических программ, учитывающих новый образ жизни современной молодежи.

Гуманитарный подход к проблеме информационной безопасности личности зиждется на признании двойственного характера информации: «Поскольку информация существует объективно-физически, ее изучают физика, математика и технические науки, с другой стороны, информация существует и субъективно, в таком статусе ее должны исследовать психологические, биологические, философские и социально-гуманитарные науки.

В рамках гуманитарного анализа информационная безопасность – это состояние защищенности субъекта, выражающееся в безопасности информации субъекта и его информационно-психологической безопасности, достигаемое посредством рефлексивного определения и контролирования единства его естественного существования и развития в ходе реализации информационных процессов (создания, передачи, представления, получения, обработки, хранения) как на содержательном, так и на представительном уровнях информации.

Другим примером гуманитарного подхода является определение понятия «информационная безопасность» как способность государства, общества, социальной группы, личности:

– во-первых, обеспечить с определенной вероятностью достаточные и защищенные социальный интеллект и информационный ресурс, оптимальную социальную энтропию и инфосреду для поддержания жизнедеятельности и жизнеспособности, устойчивого функционирования и развития социума;

– во-вторых, противостоять информационным опасностям и угрозам, негативным информационным воздействиям на индивидуальное и общественное сознание и психику людей, а также на компьютерные сети и другие технические источники информации;

– в-третьих, вырабатывать личностные и групповые навыки и умения безопасного поведения;

– в-четвертых, поддерживать постоянную готовность к адекватным мерам в информационном противоборстве, кем бы оно ни было навязано.

Информационную безопасность философы определяют как способность ее субъектов обеспечивать защиту социального интеллекта и информационных ресурсов, поддерживать оптимальную социальную энтропию и информационную среду, демонстрировать безопасное поведение, противостоять информационным опасностям и угрозам, совершенствовать готовность отвечать на них и т.д.

При этом информационная безопасность личности рассматривается в тесной и безусловной связи с информационной безопасностью социума и государства.

Современную ситуацию, многообразие ее опасностей и угроз философы характеризуют как тотальную зависимость личности от информационной культуры и компьютерной реальности, которая приводит к формированию технократического мышления. Поскольку жизненная среда личности превращается в пространство виртуальной коммуникации, обладающей своими правилами, не зависящими от национальных и традиционных культур, реальная целостность личности подменяется виртуальной, формируется новый социальный тип личности сетевого сообщества со своими нравственными, психологическими и социальными качествами.

Резюмируя вопросы гуманитарного образования и информационной безопасности личности, мы сформулировали три ключевые идеи:

- одновременно с преобразованиями в социальной и экономической структуре становление информационного общества оказывает неоднозначное социальное, психологическое и культурное воздействие на личность;

- многообразие инструментов государственной и технической защиты информационной безопасности не заменит роль самой личности в обеспечении собственной информационной безопасности;

- в этой связи психолого-педагогические направления разработки проблемы обеспечения информационной безопасности личности не менее актуальны, чем юридические, социально-политические и технологические

8.5. Выводы по главе 8

Таким образом, информационная безопасность является одним из важнейших аспектов интегральной безопасности на любом уровне – национальном, отраслевом, корпоративном или персональном.

Под информационной безопасностью будем понимать защищенность информации и поддерживающей инфраструктуры от случайных или преднамеренных воздействий естественного или искусственного характера, которые могут нанести неприемлемый ущерб субъектам информационных отношений, в том числе владельцам и пользователям информации.

Были отмечены угрозы как потенциальные возможности определенным образом нарушить информационную безопасность.

К информационно-техническим угрозам информационного общества человеку относятся, к примеру, информационное неравенство, компьютерные преступления, а к информационно-психологическим – киберболезни, виртуализация общества.

Было описано исследование среди преподавателей и студентов по вопросам обеспечения информационной безопасности.

Библиографические ссылки к главе 8

1. Рекомендации парламентских слушаний «Актуальные вопросы обеспечения безопасности и развития детей в информационном пространстве» № 3. 1-10/2029 от 17.04.2017 года.
2. Доктрина информационной безопасности Российской Федерации. М., 2016.
3. Шулика Н. А., Табачук Н. П., Казинец В. А. Современные тенденции развития информационной культуры личности студента. Хабаровск: Изд-во Тихоокеан. гос. ун-та, 2017. 160 с.
4. Там же.
5. Тимошенко В. Н., Романова М. И., Казинец В. А. и др. Вакцинация от фальсификации. Хабаровск, 2016. 110 с.
6. Там же.

7. Там же.
8. Там же.
9. Рекомендации парламентских слушаний «Актуальные вопросы обеспечения безопасности и развития детей в информационном пространстве» № 3.1-10/2029 от 17.04.2017 года.
10. Шулика Н. А., Табачук Н. П., Казинец В. А. Современные тенденции развития информационной культуры личности студента. Хабаровск: Изд-во Тихоокеан. гос. ун-та, 2017. 160 с.
11. «О персональных данных» от 27.07.2006 г. № 152-ФЗ.
12. «О защите детей от информации, причиняющей вред их здоровью и развитию» №438-ФЗ от 29.12.2010 г. (редакция от 29.06.2015 г.).
13. Галатенко В. А. Основы информационной безопасности. М.: ИНТУИТ.РУ, 2003.
14. «О защите детей от информации, причиняющей вред их здоровью и развитию» №438-ФЗ от 29.12.2010г. (редакция от 29.06.2015г.).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представленная авторами коллективная монография является актуальным трудом.

Материал, представленный в монографии, может быть использован не только бакалаврами и магистрантами, изучающими современные проблемы развития математики и информатики в школе и в вузе, но и аспирантами и докторантами психологических и педагогических направлений, преподавателями вузов и педагогами других образовательных учреждений, ведущими исследования в данной области.

В монографии последовательно поднимались и рассматривались следующие проблемы и вопросы: подготовки будущих учителей к научно-исследовательской деятельности и преподаванию геометрии и алгебры в школе; развития информационной компетенции студентов; педагогического обеспечения подготовки кадров информатизации региональной системы образования; составления методических материалов для изучения темы «Цепные дроби» курса теории чисел студентами направления подготовки 44.03.05 «Педагогическое образование»; активизации самостоятельной деятельности будущих учителей математики; интеграции традиционных и инновационных подходов к обучению математическим дисциплинам в социогуманитарном образовании, информационной безопасности в гуманитарном образовании.

Издание адресовано студентам, магистрантам, аспирантам, преподавателям вузов и педагогам других образовательных учреждений, ведущим исследования в данной области.

Оглавление

Научное издание

Дворянкина Екатерина Корнеевна и др.

СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ МЕТОДИКИ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ И ИНФОРМАТИКЕ: ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА

Отпечатано с авторского оригинал-макета

Дизайнер обложки *И. Л. Тюкавкина*

Подписано в печать 20.03.18. Формат 60×84 $^{1}/_{16}$.
Бумага писчая. Гарнитура «Таймс». Печать цифровая. Усл. печ. л. 14,53.
Тираж 500 экз. Заказ 183.

Издательство Тихоокеанского государственного университета.
680035, Хабаровск, ул. Тихоокеанская, 136.

Отдел оперативной полиграфии издательства
Тихоокеанского государственного университета.
680035, Хабаровск, ул. Тихоокеанская, 136.